



# Application de la réfraction négative à l'imagerie acoustique à l'aide de cristaux phononiques bidimensionnels

Etoungh Dimitri Manga

## ► To cite this version:

Etoungh Dimitri Manga. Application de la réfraction négative à l'imagerie acoustique à l'aide de cristaux phononiques bidimensionnels. Acoustique [physics.class-ph]. Université François Rabelais - Tours, 2012. Français. NNT: . tel-00785442

**HAL Id: tel-00785442**

**<https://theses.hal.science/tel-00785442>**

Submitted on 6 Feb 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITÉ FRANÇOIS RABELAIS  
DE TOURS



École doctorale "Énergie, Matériaux, Sciences de la Terre et de l'Univers"

THÈSE présentée et soutenue en publique par

**Etoungh Dimitri MANGA**

le 28 septembre 2012

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'Université de Tours**

Discipline/S spécialité : **Sciences pour l'Ingénieur/Acoustique**

**Application de la réfraction négative à l'imagerie acoustique  
à l'aide de cristaux phononiques  
bidimensionnels**

Directeur de THÈSE :

**Emmanuel LE CLÉZIO**

Co-directeur : **Bruno MORVAN**

Co-encadrant : **Lionel HAUMESSER**

**JURY :**

BENECH Philippe	Professeur des universités	Université de Grenoble 1
BOU MATAR Olivier	Professeur des universités	École Centrale de Lille
COMMANDRE Mireille	Professeur des universités	École Centrale Marseille
HAUMESSER Lionel	Maître de Conférences	Université de Tours
LE CLÉZIO Emmanuel	Professeur des universités	Université de Montpellier 2
MORVAN Bruno	Maître de Conférences (HDR)	Université du Havre
TOURNAT Vincent	Chargé de recherche CNRS (HDR)	Université du Maine



*À Baleiñ et Djimouneu*



*A diola dane :*

*” U djow mo di essuk ku handj mo kate kano, du handj u naboo di buko.”*

*”Si tu vas dans une contrée où tout le monde saute d’un seul pied, saute avec eux.”*

*Proverbe Diola*

# Remerciements

Je tiens à remercier Monsieur Marc Lethiecq et Messieurs Guy Feuillard et Jérôme Fortineau, respectivement directeur du GREMAN et responsables du pôle Acoustique et Piézoélectricité pour m'avoir accueilli au sein de leur équipe.

Je remercie vivement Messieurs Jean-Louis Izbicki et Emmanuel Le Clézio pour les conseils et la direction de cette thèse. C'est un honneur pour moi de profiter pleinement de leur expérience. Je remercie également Messieurs Bruno Morvan et Lionel Haumesser de m'avoir accordé la confiance et la patience nécessaires en me laissant prendre mes marques tout en m'orientant dans les moments d'égarement.

Je remercie Monsieur Olivier Bou Matar d'avoir accepté de présider le jury. Je remercie également Madame Mireille Commandré, Messieurs Philippe Benech et Vincent Tournat d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse.

Mes remerciements s'adressent aussi à tous les membres de l'équipe, anciens et actuels, pour avoir su créer et garder un climat favorable aux échanges autant scientifiques qu'ami-icaux. Une pensée spéciale à mes compagnons de tous les jours, Mathieu, Olivier, Oumar de l'APR, Heidi et son chauffage d'appoint, et Julien. Je remercie également Pascal Visée pour les usinages de pièces et le temps passé à l'atelier de mécanique. Merci à Harold avec qui je me suis initié à l'encadrement de stage.

Je ne saurais oublier les membres du LOMC au havre, parmi lesquels, j'ai passé deux riches séjours. Je pense aux amis sportifs du midi, Alain et Pierre, à Philippe et Francis, et à tous les doctorants à qui je souhaite bonne chance.

Je remercie également tous les partenaires du projet SUPREME, en particulier Anne-Christine Hladky-Hennion, Charles Croënnne, et Jérôme Vasseur, pour les échanges durant les réunions d'ANR et pour l'aide apportée avec les calculs numériques.

Enfin, je remercie tous mes amis et proches qui n'ont cessé de m'encourager durant tout mon parcours. Une pensée spéciale à tous mes frères et soeurs pour leur amour incon-

---

ditionnel et surtout d'avoir eu la force de me supporter jusque là. Je remercie également Bienvenu (Abidjon), Isaias el Madrisdita, Jacques Riera et François Cléret. Une mention spéciale à Saliou et Aziz les aventuriers reconvertis en bons pères de familles.

---

# Table des matières

Remerciements	v
Table des matières	vii
Table des figures	xiii
Liste des tableaux	xxi
Introduction Générale	1
 <b>Première Partie</b>	
<b>Imagerie acoustique et systèmes à base de cristaux phononiques à matrice et inclusions solides</b>	<b>5</b>
 <b>Chapitre 1 Notions générales</b>	<b>7</b>
1.1 Formation d'images en acoustique . . . . .	8
1.1.1 Propagation d'ondes acoustiques . . . . .	8
1.1.2 Généralités sur les ondes acoustiques . . . . .	8
1.1.3 Propriétés d'un système d'imagerie . . . . .	9
1.1.3.1 Focalisation à travers les lentilles . . . . .	9
1.1.3.2 Stigmatisme . . . . .	11
1.1.3.3 Résolution : le critère de Rayleigh . . . . .	13
1.1.4 Méthodes « classiques » d'imagerie acoustique . . . . .	14
1.1.4.1 Échographie ultrasonore . . . . .	14
1.1.4.2 Microscopie acoustique . . . . .	15
1.2 Lentille de Veselago . . . . .	16

---

---

1.2.1	Contribution des ondes évanescentes . . . . .	18
1.2.2	Réfraction négative . . . . .	20
1.2.3	Focalisation à travers les matériaux main gauche . . . . .	21
1.3	Cristaux phononiques . . . . .	23
1.3.1	Réseaux directs et réseaux réciproques . . . . .	27
1.3.2	Dispersion dans les milieux périodiques . . . . .	29
1.3.3	Modes de Bloch . . . . .	30
1.3.4	Surfaces des lenteurs ou contours équi-fréquences . . . . .	32
1.4	Conclusion . . . . .	34
<b>Chapitre 2 Cristal phononique solide</b>		<b>37</b>
2.1	Introduction . . . . .	37
2.2	Description du cristal phononique solide $2D$ . . . . .	39
2.2.1	Structure de bandes théorique . . . . .	41
2.2.1.1	Méthode des Éléments Finis . . . . .	41
2.2.1.2	Décomposition en ondes planes . . . . .	42
2.2.1.3	Structure de bandes en fonction du facteur de remplissage . . . . .	45
2.2.1.4	Propriétés de la structure périodique . . . . .	47
2.2.2	Réalisation des cristaux à matrices et inclusions solides . . . . .	50
2.2.2.1	Cristal à matrice nylon . . . . .	51
2.2.2.2	Cristal à matrice en résine époxy solidifiée . . . . .	51
2.3	Interface solide-solide . . . . .	53
2.3.1	Dispositif expérimental . . . . .	53
2.3.1.1	L'étage d'émission . . . . .	53
2.3.1.2	L'étage de réception . . . . .	54
2.3.1.3	Pilotage et enregistrement . . . . .	55
2.3.1.4	Traitement et analyse des signaux . . . . .	55
2.3.2	Réfraction à une interface solide sous une incidence de $60^\circ$ . . . . .	56
2.3.2.1	Influence du contact entre la matrice et les diffuseurs solides . . . . .	57
2.3.2.2	Propriétés du champ réfracté à travers le cristal phononique . . . . .	58
2.4	Interface solide-fluide . . . . .	64
2.4.1	Dispositif expérimental . . . . .	65
2.4.1.1	Générateurs de signaux électriques . . . . .	66

---

2.4.1.2	L'hydrophone . . . . .	67
2.4.1.3	Acquisition et sauvegarde des signaux . . . . .	67
2.4.2	Interface entre le cristal phononique solide et l'eau . . . . .	68
2.4.2.1	Incidence sur une interface dont la normale est orientée à 30° par rapport à $\Gamma X$ . . . . .	70
2.5	Loi des réseaux . . . . .	77
2.5.1	Description du modèle . . . . .	77
2.5.2	Lobes de rayonnement expérimentaux . . . . .	80
2.6	Paramètres effectifs . . . . .	81
2.7	Lentille solide immergée . . . . .	84
2.7.1	Champ image d'un point source à travers la lentille solide . . . . .	86
2.7.2	Caractéristiques des images . . . . .	87
2.8	Conclusion . . . . .	90

## Deuxième Partie

### Réfraction négative et imagerie acoustique à travers une lentille fluide 93

#### Chapitre 3 Caractérisation expérimentale d'une lentille fluide 97

3.1	Introduction . . . . .	97
3.2	Propagation à travers la lentille fluide . . . . .	99
3.2.1	Description du cristal phononique réalisé . . . . .	99
3.2.2	Structure de bandes théorique . . . . .	101
3.2.2.1	Courbes de dispersion . . . . .	101
3.2.3	Spectre en transmission et structure de bandes . . . . .	103
3.2.3.1	Transmission à travers le cristal phononique . . . . .	103
3.3	Paramètres effectifs . . . . .	109
3.3.1	Description de l'expérience . . . . .	109
3.3.2	Coefficients de transmission en fonction de l'angle d'incidence . . . . .	111
3.3.3	Détermination de l'indice de réfraction . . . . .	114
3.4	Conclusion . . . . .	117

---

<b>Chapitre 4 Formation d'image à l'aide d'une lentille fluide</b>	<b>119</b>
4.1 Introduction . . . . .	119
4.2 Caractérisation du stigmatisme de la lentille fluide . . . . .	120
4.2.1 Paramètres du dispositif d'imagerie . . . . .	120
4.3 Imagerie de sources ponctuelles : évaluation de la résolution . . . . .	122
4.3.1 Point source expérimental : le pinducer . . . . .	122
4.3.2 Imagerie d'une source ponctuelle . . . . .	124
4.3.2.1 Effet de la désadaptation d'indice . . . . .	124
4.3.2.2 Effet de la position latérale des sources . . . . .	129
4.3.2.3 Effet de la position axiale de la source . . . . .	131
4.3.2.4 Effet de l'épaisseur de la lentille . . . . .	133
4.3.3 Image de deux sources ponctuelles . . . . .	134
4.3.4 Images de 9 sources ponctuelles . . . . .	137
4.4 Image d'un objet étendu dans le plan transverse . . . . .	138
4.5 Conclusion . . . . .	142
 <b>Conclusions et Perspectives</b>	 <b>147</b>
 <b>Annexes</b>	 <b>155</b>
 <b>Chapitre A Développement en ondes planes</b>	 <b>155</b>
 <b>Chapitre B Les transducteurs Piézoélectriques</b>	 <b>159</b>
B.1 Piézo-électricité et ultrasons . . . . .	159
 <b>Chapitre C Réfraction à travers les cristaux phononiques</b>	 <b>165</b>
C.1 Réfraction à l'interface solide sous une incidence de $60^\circ$ . . . . .	165
C.1.1 Influence du contact entre la matrice et les diffuseurs solides . . . . .	166
C.2 Réfraction à l'incidence $60^\circ$ . . . . .	168
C.3 Incidence à l'interface entre le cristal phononique et l'eau . . . . .	170

---

<b>Bibliographie</b>	<b>175</b>
Résumé	183
Abstract	184





# Table des figures

## Chapitre 1

1.1	Lentille bi-convexe ( $L$ ) permettant de faire converger des rayons incidents parallèles à l'axe au foyer image $F'$ . . . . .	10
1.2	Réfraction à l'interface entre deux milieux d'indices différents. . . . .	10
1.3	Dispositif d'imagerie afocal et stigmatique. . . . .	11
1.4	Système d'imagerie centré : (a) Condition d'Abbe ; (b) Condition d'Herschell. . . . .	12
1.5	Image d'un objet ponctuel à travers un dispositif d'imagerie : (a) disque d'Airy correspondant à l'image d'une source ponctuelle ; (b) Coupe radiale. . . . .	13
1.6	Pouvoir séparateur d'un dispositif d'imagerie : le critère de Rayleigh. . . . .	14
1.7	Vecteurs d'ondes à l'interface entre (a) deux milieux fluides, (b) un milieu fluide et un milieu solide. . . . .	20
1.8	Vecteurs d'ondes à l'interface entre (a) un fluide d'indice positif et un fluide d'indice négatif, (b) un fluide et un solide main gauche. . . . .	21
1.9	Principe de focalisation des rayons divergents d'un point source placé en amont d'un milieu d'indice négatif. . . . .	22
1.10	Principe de focalisation des rayons divergents d'un point source placé en amont d'un milieu d'indice négatif égal à $-1$ . . . . .	23
1.11	Sculture périodique d'Eusebio Sempere à Madrid. . . . .	25
1.12	Réseaux classiques des cristaux phononiques à 2 dimensions (a) réseau (à maille) carré et (b) réseau triangulaire. . . . .	25
1.13	Réseau direct triangulaire (a) et le réseau réciproque triangulaire correspondant (b) pour un réseau périodique $2D$ . Le triangle $\Gamma X J$ correspond à la zone de Brillouin. . . . .	28

---

1.14	Courbes de dispersion pour un réseau périodique de tiges d'acier disposées selon la maille triangulaire dans de l'eau, paramètres de maille : $a = 1,5$ mm et $d = 1$ mm. . . . .	29
1.15	Déviaton d'un faisceau en incidence oblique due à l'existence de deux modes de Bloch dans un cristal phononique immergé dans l'eau : $n$ réfraction négative et $p$ réfraction positive. . . . .	31
1.16	Exemple de surfaces équi-fréquences pour un matériau homogène anisotrope. . . . .	32
1.17	Surfaces équi-fréquences pour un matériau périodique dans la bande de réfraction négative. . . . .	33
1.18	Couplage à l'interface entre deux milieux isotropes distincts (a) EFS du milieu 1 inférieure à celle du milieu 2, (b) EFS du milieu 1 supérieure à celle du milieu 2. . . . .	34

## Chapitre 2

2.1	Champ de pression image associé à un point source à travers une lentille solide immergée dans l'eau. . . . .	38
2.2	Maille élémentaire du réseau direct : diffuseurs de diamètre $d$ et pas spatial $a$ . . . . .	40
2.3	Courbes de dispersion suivant la direction de propagation $\Gamma X$ obtenues par la méthode des Éléments Finis : réseau périodique de tiges d'acier de 2 mm de diamètre dans une matrice en résine époxy. . . . .	42
2.4	Structures de bandes du cristal phononique en fonction du facteur de remplissage pour des tiges d'acier de 2 mm de diamètre. Calcul effectué à partir de la méthode de développement en ondes planes. . . . .	46
2.5	Structure de bandes du cristal phononique retenu : maille triangulaire de pas $a = 2,84$ mm, cylindres d'acier (diamètre 2 mm) dans une résine époxy. . . . .	47
2.6	Surface des lenteurs du cristal phononique à 780 kHz (en rouge) et à 820 kHz (en bleu) dans la bande de réfraction négative. . . . .	49
2.7	Vitesse de groupe et vitesse de phase en fonction de la fréquence dans la bande de réfraction négative. . . . .	50
2.8	Cristal phononique prismatique à matrice nylon. . . . .	51
2.9	Les différentes étapes de fabrication du cristal phononique. . . . .	52

---

2.10 Chaîne de mesure. . . . .	53
2.11 Schéma de principe pour l'émission, la propagation et la réception de l'onde ultrasonore longitudinale transmise à travers le cristal phononique à matrice solide. . . . .	54
2.12 Atténuation à travers les matrices : matrice époxy (pointillés) et matrice nylon (trait plein). . . . .	57
2.13 Représentation spatio-temporelle des signaux mesurés à la surface $S$ du bloc de résine époxy. . . . .	59
2.14 Représentation spatio-temporelle des signaux filtrés dans la bande de fréquences $[739 - 860]$ kHz. . . . .	60
2.15 Ondes réfractées à travers le cristal phononique dans le domaine de Fourier: (a) amplitude de l'onde en fonction de $k_y$ et $f$ ; (b) amplitude en fonction de la composante tangentielle du vecteur d'onde à 780 kHz. . . . .	62
2.16 Angle de réfraction en fonction de la fréquence ( $m \equiv L$ ) : théorie et expérience. . . . .	62
2.17 Amplitude normalisée de l'onde réfractée (a) en fonction de la fréquence et (b) de l'angle de réfraction. . . . .	63
2.18 Dimensions du cristal phononique prismatique. . . . .	65
2.19 Dispositif expérimental. . . . .	66
2.20 Chaîne de mesure pour le cristal phononique solide immergé dans l'eau. . . . .	68
2.21 Dispositif expérimental : incidence à $30^\circ$ par rapport à l'interface de sortie du prisme. . . . .	69
2.22 Cartographies spatio-temporelles à différentes distances à la sortie du prisme. . . . .	71
2.23 Double transformée de Fourier des signaux issus de la mesure à $d = 30$ mm à $30^\circ$ d'incidence. . . . .	72
2.24 Angles de réfraction correspondants aux différents modes de Bloch couplés à l'eau à $30^\circ$ d'incidence. . . . .	73
2.25 Directions de propagation privilégiées dans le milieu fluide extérieur après propagation l'onde quasi-longitudinale dans le cristal prismatique. . . . .	74
2.26 Ondes réfractées dans le domaine de Fourier. (a) Les différents modes réfractés ; (b) les deux modes dominants : réfraction négative $k_0$ et mode de Bloch $k_{+1}$ . . . . .	76

---

2.27	Modèle de diffraction par un réseau linéaire de sources ponctuelles ; cas de l'incidence à $60^\circ$ . . . . .	78
2.28	Diagramme de rayonnement du cristal phononique pour l'incidence $30^\circ$ . .	79
2.29	Diagramme de rayonnement expérimental et théorique du cristal phononique pour une incidence de $30^\circ$ . . . . .	81
2.30	Tracé des rayons correspondant (a) aux modes de Bloch « positifs » et (b) aux modes de Bloch « négatifs » à travers la lentille solide à $30^\circ$ d'incidence.	85
2.31	Tracé des rayons permettant l'interprétation de l'effet lentille à travers le cristal phononique solide à $30^\circ$ d'incidence. . . . .	85
2.32	Champ image à travers la lentille plate solide (a) à 780 kHz et (b) à 800 kHz.	86
2.33	Composantes spectrales des ondes se propageant dans la zone image : mise en évidence de directions de propagation privilégiées ( $f = 780$ kHz). . . . .	87
2.34	Champ image filtré correspondant à la propagation des modes Bloch négatifs à travers la lentille (a) à 780 kHz et (b) 800 kHz. . . . .	88
2.35	Caractéristiques de l'image filtrée correspondant à la focalisation à travers le cristal phononique solide à 780 kHz (a) profil axial et (b) profil latéral et à 800 kHz (c) profil axial et (d) profil latéral. . . . .	89

### Chapitre 3

3.1	Cristal phononique constitué de 6 rangées de tiges d'acier inoxydable disposées selon une maille triangulaire et immergées dans une matrice fluide. .	100
3.2	Structure de bandes dans la première zone de Brillouin. . . . .	102
3.3	Surfaces équi-fréquences : les nombres d'ondes sont ramenés à des coordonnées réduites par rapport au pas du réseau réciproque $G$ . . . . .	103
3.4	Signal temporel de référence (a) et signal transmis à travers le cristal phononique en incidence normale suivant $\Gamma X$ (b). . . . .	104
3.5	Spectre de transmission normalisé suivant $\Gamma X$ . . . . .	105
3.6	Phase cumulée lors de la propagation à travers le cristal suivant la direction de propagation $\Gamma X$ . . . . .	107
3.7	Structures de bandes expérimentale et théorique suivant $\Gamma X$ . . . . .	108
3.8	Courbes de dispersion et spectre de transmission normalisé suivant la direction $\Gamma X$ . . . . .	109

3.9	Principe de mesure pour un cristal incidence oblique. . . . .	110
3.10	Faisceau transmis à travers le cristal phononique dans la bande de réfraction négative en fonction de la direction de propagation (a) 0,49 MHz; (b) 0,55 MHz; (c) 0,60 MHz et (d) 0,65 MHz. . . . .	112
3.11	Coefficients de transmission (amplitude) en fonction de l'angle d'incidence dans la bande de réfraction négative . . . . .	113
3.12	Évolution fréquentielle de l'angle d'incidence critique dans la bande de réfraction négative . . . . .	114
3.13	Déviations d'un faisceau incident à travers le cristal phononique en incidence oblique . . . . .	115
3.14	Détermination expérimentale de la déviation du faisceau transmis pour une incidence donnée. . . . .	115
3.15	Déviations expérimentales (trait plein) et théoriques (pointillés) du faisceau pour différentes fréquences en fonction de l'angle. . . . .	116
3.16	Indices effectifs du cristal en fonction de l'angle d'incidence à 0,49 MHz ; à 0,55 MHz ; à 0,60 MHz et 0,65 MHz. . . . .	117

## Chapitre 4

4.1	Ligne source parallèle à l'interface en champ proche. . . . .	121
4.2	Ligne source perpendiculaire à l'interface de la lentille. . . . .	122
4.3	Diagrammes de rayonnement expérimental (a) et théorique (b) d'un pinducer de $0,73\lambda$ de diamètre. Coupes latérales (c) et axiale (d) du diagramme de rayonnement expérimental. . . . .	123
4.4	Images d'un point source à travers le cristal phononique à (a) 0,49 MHz ; (b) 0,55 MHz ; (c) 0,60 MHz et (d) 0,65 MHz. . . . .	125
4.5	Coupes axiales des images précédentes à (a) 0,49 MHz ; (b) 0,55 MHz ; (c) 0,60 MHz et (d) 0,65 MHz. . . . .	126
4.6	Coupes latérales des images du point source dans la bande de réfraction négative aux quatre fréquences retenues. . . . .	127
4.7	Champ associé à une source ponctuelle à travers la lentille (a) accordée et (b) désaccordée. . . . .	128

4.8	Position de la source ponctuelle : (1) face à un diffuseur, (2) entre un diffuseur et un interstice, (3) face à un interstice. . . . .	129
4.9	Champ associé à la source ponctuelle (a) $S$ devant un diffuseur, (b) $S$ entre un diffuseur et un interstice et (c) $S$ devant un interstice. . . . .	130
4.10	Profil latéral de l'image pour les positions (1), (2) et (3). . . . .	130
4.11	Champ de pression en fonction de la distance entre le point source et la lentille (a) profil axial (b) profil latéral. . . . .	132
4.12	Champ de pression en fonction de l'épaisseur de la lentille pour une source placée à 1 mm ( $0,33\lambda$ ) de la lentille (a) profil axial (b) profil latéral. . . . .	133
4.13	Champ image de deux sources (a) et profil latéral de la zone image à l'abscisse du maximum d'amplitude (b). . . . .	135
4.14	Champ image de deux sources ponctuelles $S_1$ et $S_2$ distantes de (a) $y_{S_1S_2} = \lambda$ , (b) $y_{S_1S_2} = 2\lambda$ , (c) $y_{S_1S_2} = 4\lambda$ , et (d) $y_{S_1S_2} = 5\lambda$ . . . . .	136
4.15	Profils latéraux extraits des images à $x = 14,72$ mm pour deux sources ponctuelles distantes de (a) $\lambda$ et $2\lambda$ , (b) $4\lambda$ et $5\lambda$ . . . . .	137
4.16	Champ associé à 9 sources disposées de façon oblique par rapport à l'interface de la lentille. (a) Champ total, (b) zone image. . . . .	138
4.17	Dispositif expérimental permettant la mesure dans le plan image $yz$ . . . . .	139
4.18	Objet étendu à imager. . . . .	139
4.19	Champ objet : rayonnement libre. . . . .	140
4.20	Champ image associé à l'objet étendu à travers la lentille. . . . .	141
4.21	Champ libre du pinducer dans le plan $yz$ . . . . .	141
4.22	Champ image à travers la lentille dans le plan $yz$ . . . . .	142
4.23	Méta-structure metal-water proposée par Andrew Norris, Rutgers University pour la réalisation des accords d'indice et d'impédance [1] . . . . .	150

## Chapitre A

## Chapitre B

B.1	Schéma d'un transducteur ultrasonore. . . . .	160
B.2	Champ axial du transducteur émetteur. . . . .	161
B.3	Champ transverse du transducteur émetteur. . . . .	162
B.4	Largeur du faisceau ultrasonore. . . . .	163

---

**Chapitre C**

C.1	Structures de bandes suivant le direction $\Gamma X$ ( <i>a</i> ) cristal à matrice époxy, ( <i>b</i> ) cristal à matrice nylon . . . . .	166
C.2	Signaux temporels mesurés après propagation à travers le cristal phononique à la surface du bloc parallélépipédique ( <i>a</i> ) de résine époxy thermosdurcie, ( <i>b</i> ) de nylon. . . . .	167
C.3	Angle de réfraction de l'onde transverse en fonction de la fréquence ( $m \equiv T$ ) : théorie et expérience. . . . .	169
C.4	Amplitude de l'onde transverse dans la résine époxy ( <i>a</i> ) en fonction de la fréquence et ( <i>b</i> ) de l'angle de réfraction. . . . .	170
C.5	Dispositif de mesure du champ de pression émergeant du cristal le long d'une ligne parallèle à l'axe $y$ . . . . .	171
C.6	Directions de propagation privilégiées en sortie du cristal pour une onde longitudinale à $60^\circ$ d'incidence suivant $\Gamma X$ . . . . .	172
C.7	Ondes réfractées à l'interface entre le cristal phononique et l'eau à $60^\circ$ d'incidence par rapport la normale. . . . .	172

---





# Liste des tableaux

## Chapitre 1

### Chapitre 2

2.1	Propriétés des matériaux constituant les cristaux phononiques solides (masse volumique et vitesses de propagation longitudinale et transverse). . . . .	40
2.2	Périodicité du réseau et facteur de remplissage. . . . .	45
2.3	Angles de réfraction théoriques et expérimentaux pour une incidence de 30° par rapport à la normale à l'interface. . . . .	75
2.4	Composantes normale et tangentielle des vecteurs d'ondes réfractés dans l'eau à 30 ° d'incidence par rapport à la normale à l'interface. . . . .	76
2.5	Angles de diffraction et largeurs angulaires pour une incidence 30°. . . . .	80
2.6	Paramètres effectifs en fonction du vecteur d'onde de Bloch à 800 kHz. . . . .	83
2.7	Largeurs et position des images à 800 kHz en fonction du mode de Bloch considéré. . . . .	90
2.8	Largeurs et position des images à 780 kHz en fonction du mode de Bloch considéré. . . . .	90

### Chapitre 3

3.1	Propriétés du milieu de référence et des matériaux constituant le cristal. . . . .	101
-----	--	-----

### Chapitre 4

4.1	Caractéristiques du point image. . . . .	126
4.2	Caractéristiques de l'image en fonction de la distance entre le point source et la lentille ( $d_S$ ). . . . .	132

---

**Chapitre A****Chapitre B****Chapitre C**

- C.1 Composantes normale et tangentielle des vecteurs d'ondes réfractés dans  
l'eau à  $60^\circ$  d'incidence par rapport à la normale à l'interface. . . . . 173
- C.2 Angles réfractions théoriques et expérimentaux à  $60^\circ$  d'incidence. . . . . 174
-

# Introduction Générale

L'imagerie classique est soumise aux aberrations introduites par les lentilles et la résolution des images obtenues est dictée par la longueur d'onde. Ainsi l'amélioration de la résolution conduit à l'utilisation de dispositifs fonctionnant à des fréquences plus hautes, ce qui engendre de faibles profondeurs de pénétration dans les milieux de propagation, une atténuation croissante et un nombre considérable de données à traiter. Les tendances actuelles de l'imagerie ultrasonore étant en pleine évolution, cette limite physique peut être contournée par la réalisation de dispositifs d'imagerie ultrasonore exploitant la réfraction négative. L'effet super-lentille et l'amplification des ondes évanescentes résultants permettent en effet d'imager un objet avec une résolution sub-longueur d'onde.

Proposer de nouvelles techniques de modélisation et de caractérisation de dispositifs d'imagerie ultrasonore haute résolution basés sur l'effet superlentille en exploitant des métamatériaux et des cristaux phononiques, ainsi se résume l'objectif principal du projet ANR-Blanc- SUPREME -SUPERlentille à REfraction négative à base de cristaux phononiques et de METamatériaux- (ANR-08-BLAN-0101-01). Le consortium regroupe l'IEMN (Institut d'Électronique, de Microélectronique et de Nanotechnologie) à Lille, l'I2M (Institut de Mécanique et d'Ingénierie) à Bordeaux, l'INSP (Institut des NanoSciences de Paris) et FANO (Fédération Acoustique du Nord Ouest) au Havre et à Blois. Le projet est financé par l'Agence Nationale pour la Recherche, sous tutelle du CNRS (Centre Nationale de la Recherche Scientifique).

S'inscrivant dans le projet SUPREME, la présente thèse a été co-encadrée dans le cadre d'une collaboration entre les laboratoires GREMAN (Groupement de Recherche Matériaux Microélectronique Acoustique Nanotechnologies - UMR 7347) et LOMC (Laboratoire Ondes et Milieux Complexes - UMR 6294), membres de la fédération de re-

---

cherche FANO (FR CNRS 3110). Elle s'oriente essentiellement vers la caractérisation de lentilles fluides et solides à base de cristaux phononiques. Le travail effectué consiste en l'étude expérimentale des interactions des ondes ultrasonores avec les milieux périodiques, en particulier de la réfraction négative entraînant l'utilisation des cristaux phononiques comme des superlentilles acoustiques. L'enjeu à terme est la réalisation de superlentilles pour les dispositifs d'imagerie ultrasonore sub-longueur d'onde.

Le présent manuscrit comprend deux parties.

La première présente l'état de l'art et les notions essentielles dans le domaine de l'imagerie acoustique à travers un tour d'horizon non exhaustif des dispositifs d'imagerie, des limitations associées, et des méthodes proposées pour dépasser ces limites. Partant de l'analogie avec l'électromagnétisme, la propagation d'ondes dans les milieux élastiques périodiques est présentée ainsi que les phénomènes liés à l'interaction avec les ondes acoustiques. Ce chapitre est conclu par l'étude de la réfraction négative qui, dans le présent cas, est une conséquence de l'arrangement périodique de diffuseurs solides dans une matrice fluide ou solide.

Le second chapitre est consacré aux cristaux phononiques à matrice et inclusions solides. La réfraction négative d'une onde de polarisation longitudinale à l'interface entre le cristal phononique et un milieu solide extérieur est mise en évidence à l'aide de la loi de Snell-Descartes. Par la suite, un dispositif expérimental en milieu fluide est utilisé afin d'étudier la réfraction à l'interface entre le cristal phononique et l'eau. Cette configuration permet de rendre compte de différents modes de Bloch se propageant dans le cristal phononique. Le modèle de réseau linéaire de sources est introduit pour évaluer la largeur des lobes de réfraction associés aux modes de Bloch.

La seconde partie comprend les chapitres 3 et 4. Le premier cité consiste en la caractérisation expérimentale d'un cristal phononique à matrice fluide. Le cristal réalisé a déjà fait l'objet d'une étude, réalisée par *Alexey Sukhovich*, en vue de faire de l'imagerie sub-longueur d'onde. Cette structure présente dans une bande de fréquences donnée des propriétés similaires à celle de la lentille de Veselago [2]. Elle a permis, dans une récente étude [3], de montrer qu'à l'aide d'une lentille acoustique avec des interfaces planes, il est possible d'effectuer des images ayant une résolution inférieure à la demi-longueur d'onde,  $0,35\lambda$ . Un intérêt particulier est porté, dans notre étude, aux coefficients de transmission,

---

aux angles de réfraction ainsi qu'à l'indice effectif du cristal phononique dans la bande de réfraction négative.

L'analyse et la discussion des propriétés du cristal phononique pour l'imagerie sont abordées au chapitre 4. L'image de sources ponctuelles à travers la lentille acoustique est analysée à l'aide des résultats issus des expériences mais aussi d'une modélisation de la propagation par la méthode des Éléments Finis. L'outil numérique permet entre autres d'appréhender les phénomènes mis en jeu au cours de la propagation à travers les cristaux phononiques. Les résultats issus de la modélisation sont le fruit de la collaboration avec l'IEMN. Enfin les applications possibles des cristaux phononiques exploitant les propriétés liées à la propagation des ondes sont présentées dans la conclusion et les perspectives de cette étude.

---



## Première partie

Imagerie acoustique et systèmes à  
base de cristaux phononiques à  
matrice et inclusions solides

---





# Chapitre 1

## Notions générales sur les systèmes d'imagerie et les cristaux phononiques

En préambule à l'étude de la propagation des ondes acoustiques à travers les milieux périodiques élastiques que sont les cristaux phononiques, ce chapitre expose les concepts initialement développés pour l'imagerie (acoustique entre autres). En premier lieu, les lentilles classiques et les limitations associées sont présentées. Partant d'exemples simples, les propriétés liées à la propagation des ondes dans les réseaux périodiques sont introduites : diagramme de bandes, bandes interdites, réfraction négative et modes de Bloch. Ces propriétés permettent d'analyser et interpréter les images obtenues à l'aide de lentilles à base de cristaux phononiques.

---

## 1.1 Formation d'images en acoustique

### 1.1.1 Propagation d'ondes acoustiques

Une onde mécanique est un mouvement oscillatoire à l'échelle des particules se transmettant de proche en proche dans un milieu élastique. Si la vibration des particules correspond à la direction de propagation, l'onde est dite polarisée longitudinalement. C'est la polarisation dominante dans les gaz et les fluides. Pour les ondes transverses, la vibration des particules se fait dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation. Les ondes avec ces deux types de polarisations sont simultanément présentes dans les solides élastiques et les vitesses de propagation associées sont respectivement dénommées vitesse longitudinale et vitesse transverse.

Pour les fluides, l'équation de propagation s'identifie à l'équation de d'Alembert :

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0, \quad (1.1)$$

où  $p$  désigne le champ de pression.  $c = \frac{1}{\sqrt{\rho\chi_s}}$  est la vitesse de propagation des ondes dans le fluide,  $\rho$  la masse volumique,  $\chi_s$  le coefficient de compressibilité isentropique.  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  est le Laplacien du système et  $(x, y, z)$  les coordonnées cartésiennes du repère direct.

L'équation de propagation dans les solides élastiques est plus compliquée, du fait d'un plus grand nombre de paramètres décrivant la dynamique dans un solide élastique. Elle sera présentée en même temps que le modèle de calcul des structures de bandes dans les milieux périodiques (cf paragraphe 2.2.1.2).

### 1.1.2 Généralités sur les ondes acoustiques

Deux approches seront très souvent utilisées dans ce manuscrit. La première concerne le tracé géométrique des rayons qui permet de représenter la propagation dans un milieu donné ainsi qu'à l'interface entre deux milieux distincts. Elle correspond à la prise en compte du trajet balistique de l'onde. Le second concept est utilisé pour modéliser l'interaction de l'onde avec des objets de tailles comparables à la longueur d'onde. En effet,

---

l'aspect ondulatoire permet de définir une double périodicité temporelle et spatiale. En propagation linéaire, la périodicité temporelle  $T$  ne dépend pas du milieu traversé, mais de l'excitation. La fréquence  $f$  de l'onde est l'inverse de la période temporelle, et se déduit de la pulsation  $\omega$  ( $\omega = 2\pi f$ ). La seconde périodicité est spatiale, la longueur d'onde  $\lambda$ . Elle dépend du milieu traversé. La pulsation associée,  $k = 2\pi/\lambda$ , est appelée nombre d'onde.  $k$  est le module du vecteur d'onde, parallèle à la direction de propagation de la phase de l'onde. La relation entre les deux périodes est  $\lambda = cT$ , où  $c$  est la vitesse de propagation de la phase de l'onde dans le milieu de propagation.

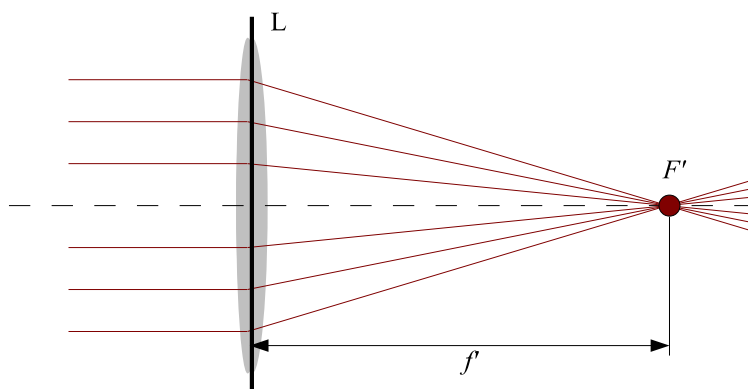
Il est possible d'associer un indice de réfraction et une impédance acoustique à chaque milieu isotrope. L'indice de réfraction d'un milieu est donné par le rapport  $n = \frac{k_m}{k_e}$ , avec  $k_m$  le nombre d'onde du milieu isotrope et  $k_e$  le nombre d'onde de l'eau. L'eau, milieu dans lequel auront lieu toutes les mesures, est choisie d'indice unitaire. Enfin, l'impédance acoustique  $Z_A$  du milieu est définie par le produit  $\rho c$  et s'exprime en  $\text{Pa}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$ .

### 1.1.3 Propriétés d'un système d'imagerie

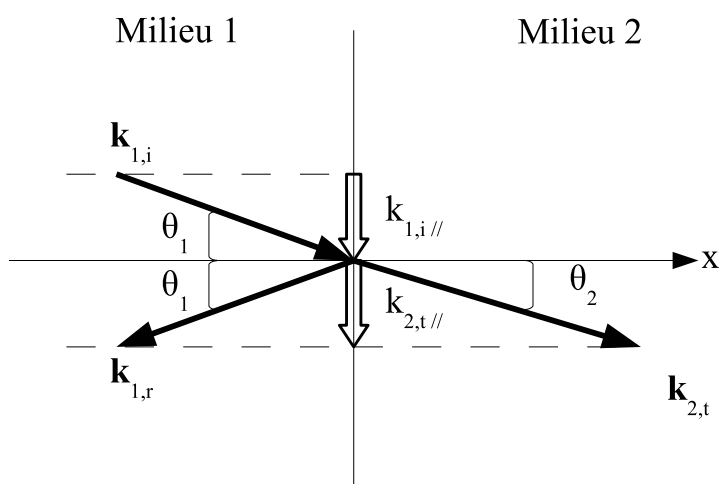
#### 1.1.3.1 Focalisation à travers les lentilles

Les lentilles courantes sont constituées d'un milieu isotrope homogène et la réflexion (réfraction) des ondes aux interfaces entre deux milieux distincts est dictée par les valeurs des indices. Pour faire converger (respectivement diverger) la trajectoire des ondes, les surfaces des lentilles minces convergentes (divergentes) classiques épousent une forme convexe (respectivement concave), figure 1.1. Le foyer image  $F'$  de la lentille est défini comme étant le point de convergence de tous les rayons issus de l'infini et parallèles à l'axe de la lentille. Pour une lentille divergente, ces rayons sont déviés selon des directions divergentes d'un foyer objet  $F$  situé en amont de la lentille.

La propagation à la traversée de l'interface entre deux milieux distincts d'indices  $n_1$  et  $n_2$  (figure 1.2) est régie par la loi de Snell-Descartes. Une partie de l'énergie incidente est réfléchiée dans le milieu 1 du fait de la différence d'impédance entre les deux milieux, alors que la seconde partie est réfractée dans le milieu 2. Les trois ondes (incidente, réfléchiée et transmise) se propagent dans le même plan. Les changements de direction de



**Figure 1.1** – *Lentille bi-convexe (L) permettant de faire converger des rayons incidents parallèles à l'axe au foyer image  $F'$ .*



**Figure 1.2** – *Réfraction à l'interface entre deux milieux d'indices différents.*

propagation des ondes à l'interface entre les deux milieux sont basés sur l'égalité de la composante tangentielle des vecteurs d'ondes incident  $\mathbf{k}_{1,i}$ , réfléchi  $\mathbf{k}_{1,r}$  et réfracté  $\mathbf{k}_{2,t}$ . Pour la réfraction, elle s'écrit :

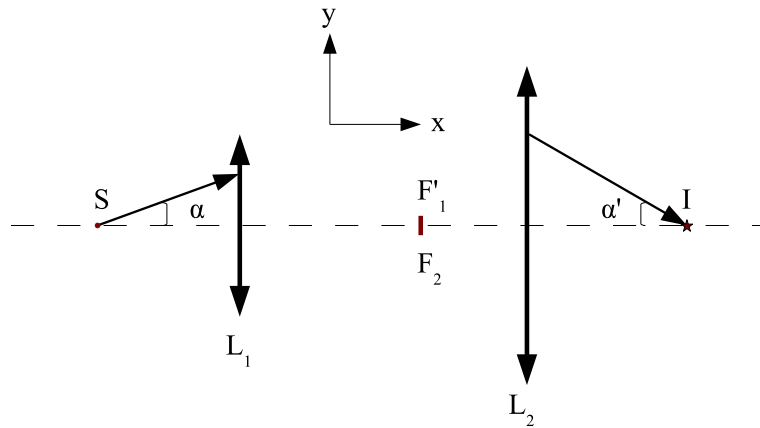
$$k_{1,i} \sin \theta_1 = k_{2,t} \sin \theta_2, \quad (1.2)$$

$$\text{soit } n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2, \quad (1.3)$$

avec  $n_1$  et  $n_2$  les indices des milieux 1 et 2 respectivement.  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sont les angles associés, repérés par rapport à la normale à l'interface (voir figure 1.2).

Par la suite, en considérant les milieux périodiques étudiés comme des milieux effectifs, la loi de Snell-Descartes permet de déterminer les angles de réfraction aux interfaces.

De manière à effectuer l'image d'une source, les dispositifs optiques d'imagerie classiques nécessitent l'emploi de deux lentilles convergentes. Dans un tel système, qualifié d'afocal, les foyers image  $F'_1$  et objet  $F_2$  sont confondus (figure 1.3). Les paragraphes suivants définissent les caractéristiques classiques de ce type de système.



**Figure 1.3** – *Dispositif d'imagerie afocal et stigmatique.*

### 1.1.3.2 Stigmatisme

Un système est dit centré si l'ensemble des éléments qui le constituent possède une symétrie de révolution autour d'un axe unique. En considérant un point  $S$  dans l'espace objet et le point image correspondant  $I$  dans l'espace image, le système est stigmatique

si tous les rayons passant par  $S$  passent aussi par  $I$ . Ainsi, l'image d'un point est un point. Cependant, le stigmatisme rigoureux ne peut être qu'approché pour les systèmes réels. Dans ce cas, le système est caractérisé par un grandissement  $\gamma$  caractéristique de la déformation du point image  $I$  par rapport au point source  $S$  à travers le système.

Pour un objet étendu, la caractérisation du stigmatisme approché amène à considérer des objets plans (infinitement minces). Dans un premier temps, l'objet est considéré comme perpendiculaire à l'axe de symétrie du système (condition d'Abbe ou de Lagrange-Helmholtz) (figure 1.4(a)). La condition d'Abbe s'écrit :

$$n\overline{AB} \sin \alpha = n'\overline{A'B'} \sin \alpha'. \quad (1.4)$$

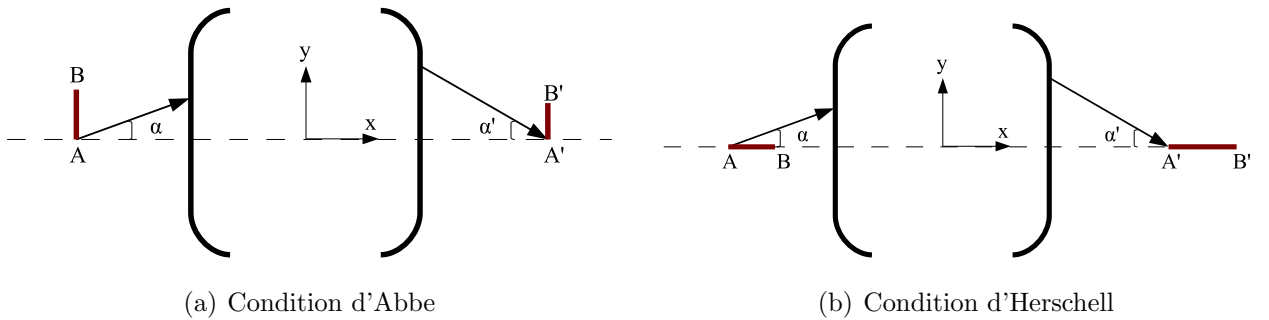
Le grandissement latéral est alors défini comme le rapport (algébrique)  $\gamma_y = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ . Si la condition d'Abbe est réalisée, l'image d'un plan est un plan : il s'agit donc d'une condition d'aplanétisme.

Dans le second cas où, l'objet est parallèle à l'axe du système centré, c'est la condition d'Herschel (figure 1.4(b)). Elle est donnée par :

$$n\overline{AB} \sin^2 \frac{\alpha}{2} = n'\overline{A'B'} \sin^2 \frac{\alpha'}{2}. \quad (1.5)$$

Elle permet de définir le grandissement axial donné par le rapport algébrique  $\gamma_x = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ .

Ces deux conditions sont incompatibles : elles ne peuvent être satisfaites simultanément



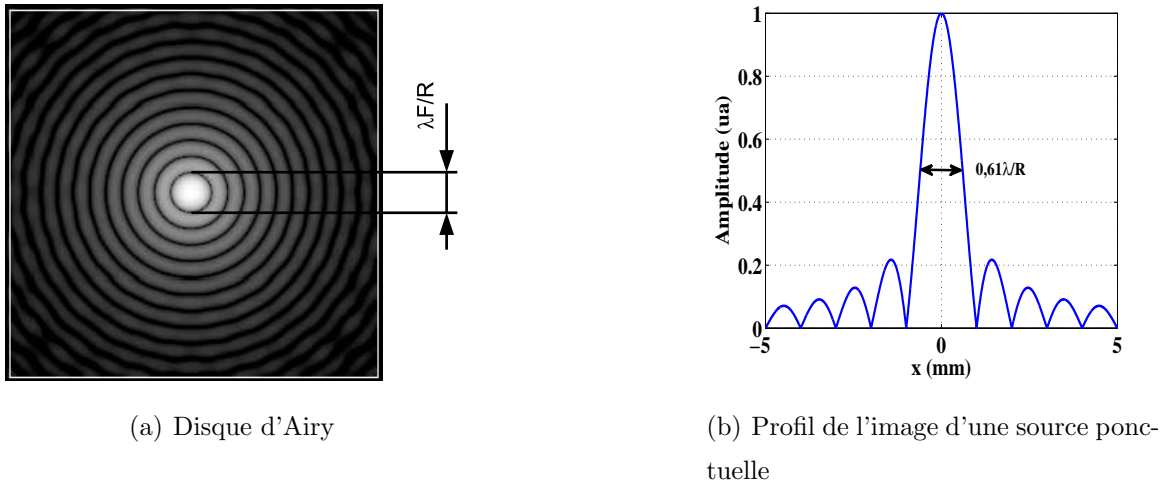
**Figure 1.4** – *Système d'imagerie centré : (a) Condition d'Abbe ; (b) Condition d'Herschel.*

par le système d'imagerie. Les grandissements seront donc définis soit parallèlement à l'axe du système centré, soit perpendiculairement.

### 1.1.3.3 Résolution : le critère de Rayleigh

La résolution des dispositifs d'imagerie est, du fait de leurs dimensions finies, limitée par l'apparition de phénomènes de diffraction. À titre d'exemple, un objet ponctuel imagé à travers une lentille de distance focale  $f'$  (figure 1.1) et de rayon  $R$  conduira à une tâche focale centrale de diamètre angulaire de  $\lambda F/R$ , appelée disque d'Airy et entourée d'anneaux concentriques moins lumineux (figure 1.5(a)). La netteté des anneaux dépend fortement de la qualité de l'instrument, en terme d'aberrations géométriques et chromatiques.

La principale limitation d'un système d'imagerie est donc donnée par la longueur d'onde

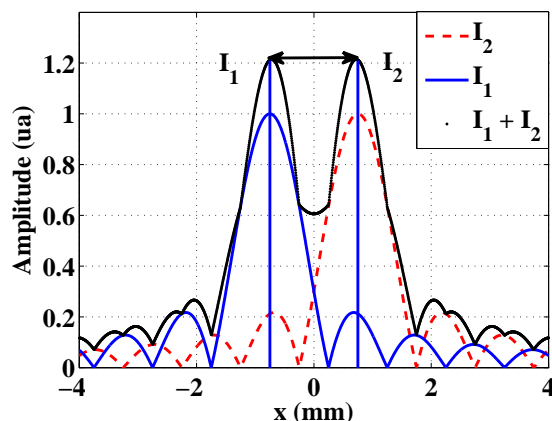


**Figure 1.5** – Image d'un objet ponctuel à travers un dispositif d'imagerie : (a) disque d'Airy correspondant à l'image d'une source ponctuelle ; (b) Coupe radiale.

qui s'y propage. Cette limitation, connue sous le nom de critère de Rayleigh, se traduit par le fait qu'un dispositif d'imagerie ne peut faire converger des rayons incidents en une zone de taille inférieure à la demi-longueur d'onde (figure 1.5(b)). Le critère de résolution de Rayleigh s'applique évidemment à la propagation de tous types d'ondes.

Soient deux sources ponctuelles  $S_1$  et  $S_2$  incohérentes émettant une onde de longueur d'onde  $\lambda$ . Dans la zone image, l'intensité reçue en chaque point de l'espace est la somme des intensités en provenance des deux sources. Les deux spots  $I_1$  et  $I_2$  dans la zone image sont distincts si la distance entre les centres des disques d'Airy est supérieure à la distance entre le maximum d'amplitude et le premier minimum de diffraction (figure 1.6). Ce critère est





**Figure 1.6** – *Pouvoir séparateur d'un dispositif d'imagerie : le critère de Rayleigh.*

aussi appelé pouvoir séparateur du système d'imagerie ( $\alpha = 0,61\lambda/R$  pour les ouvertures circulaires). Pour augmenter le pouvoir séparateur, c'est à dire réduire  $\alpha$ , il faut réduire la diffraction du système en augmentant le rayon du diaphragme.

### 1.1.4 Méthodes « classiques » d'imagerie acoustique

Cette partie s'attache à présenter, de façon non exhaustive, des techniques et principes d'imagerie acoustique. De même, l'approche acoustique permettant de dépasser la limite de diffraction et de réaliser une imagerie sub-longueur d'onde avec un bon contraste est présentée.

#### 1.1.4.1 Échographie ultrasonore

De façon schématique, les dispositifs d'imagerie acoustique dédiés aux applications biomédicales sont de deux types : ceux utilisant une sonde linéaire multi-éléments (ensemble de transducteurs séparés de quelques dixièmes de millimètre) et ceux qui sont constitués d'une sonde à balayage sectoriel par orientation rapide du transducteur émetteur, fonction réalisée aussi par les multi-éléments à balayage électronique. Ils permettent de reconstituer une image de la zone analysée en temps réel : les pixels les plus brillants étant associés aux points où l'impédance acoustique varie brutalement. Ils correspondent essentiellement

aux os et aux contours des organes [4].

- Le dispositif associé à la sonde linéaire multi-éléments permet, soit de décaler latéralement, soit d'orienter la direction d'émission de l'onde ultrasonore. L'émission est assurée par un groupe d'émetteurs et des lignes à retard peuvent être utilisées en transmission et réception afin que les échos provenant d'un même diffuseur arrivent en même temps. Ceci permet d'améliorer la résolution latérale du dispositif de mesure en réception.
- Les sondes à balayage sectoriel sont réalisées en plaçant un transducteur focalisé (la face d'émission ayant la forme d'une coupelle sphérique) sur un axe de rotation, avec un moteur en vue de couvrir un secteur angulaire donné. La résolution augmente avec le rayon de courbure de la sonde ou avec la fréquence de l'onde ultrasonore. Ces dispositifs souffrent généralement d'une limitation considérable en imagerie de champ proche du fait des réverbérations entre l'élément actif du transducteur et le boîtier.

La résolution est de l'ordre de la longueur d'onde. Par exemple une résolution d'environ  $300\text{ }\mu\text{m}$  est obtenue pour une fréquence de 5 MHz dans l'eau. Ainsi, augmenter la résolution revient à augmenter la fréquence, c'est la stratégie adoptée en microscopie acoustique.

#### 1.1.4.2 Microscopie acoustique

L'utilisation de la microscopie ultrasonore remonte aux années 1970, notamment avec les travaux des chercheurs de l'université de Stanford en Californie [5]. Elle peut être utilisée en réflexion ou en transmission avec une lentille combinée à des déplacements des émetteurs/récepteurs. Du milieu de transmission utilisé dépend la résolution, la pénétration et la nature des objets observés [6]. Tout naturellement, les premières investigations ont été effectuées en milieu aqueux, avec comme avantages : une compatibilité avec la plupart des matériaux et une facilité d'utilisation permettant des observations à température ambiante. Son principal inconvénient est une forte absorption des ondes acoustiques aux fréquences d'études ( $\propto$  MHz), moins toutefois que la quasi-totalité des autres li-

---

guides (argon, hélium, azote) et les gaz hautes pressions. Depuis, plusieurs prototypes de microscopes acoustiques ont vu le jour, permettant d'envisager des applications à la détermination des constantes élastiques et la recherche de défauts dans les matériaux avec une résolution de l'ordre des longueurs d'ondes mises en jeu [7, 8, 9].

Sur un même échantillon, du fait de la différence entre l'opacité optique et acoustique, les microscopies dans ces deux domaines fournissent des informations complémentaires. Les avantages de la microscopie acoustique sont associés aux caractéristiques des ondes mises en jeu et permettent d'accéder aux propriétés mécaniques (densité, constantes élastiques, amortissement dans le milieu). De plus le rayonnement des ondes ultrasonores étant non-ionisant, la microscopie ultrasonore est utilisée sans danger pour les applications biomédicales, et le contrôle non destructif des solides.

Une lentille acoustique sphérique unique permet d'obtenir une focalisation approchant la limite de diffraction, tandis qu'en optique une focalisation de cet ordre ne peut se concevoir sans l'association de plusieurs lentilles. Il s'avère parfois plus commode de s'affranchir des lentilles acoustiques du fait de leurs dimensions finies et de la distance de focalisation variant avec la fréquence. L'holographie permet de reconstruire les objets à partir d'un traitement d'images permettant de rendre compte de la variation de la phase. Les hologrammes obtenus donnent une résolution transverse de l'ordre de la limite de diffraction. Cependant, ces systèmes sont complexes avec un coût considérable [10].

## 1.2 Lentille de Veselago

En 1968, *Veselago* évoquait les propriétés d'un matériau électromagnétique ayant une constante diélectrique  $\epsilon$  et une perméabilité magnétique  $\mu$  simultanément négatives [2]. Pour signifier la différence de propriétés par rapport aux matériaux connus jusqu'alors, il parle de matériau « main gauche ». En effet, lorsque  $\epsilon$  et  $\mu$  sont simultanément négatives, les équations de Maxwell et les relations constitutives de l'électromagnétisme sont telles que le champ électrique  $\mathbf{E}$ , le champ magnétique  $\mathbf{H}$  et le vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  forment un trièdre indirect. Les ondes planes étant polarisées de façon rectiligne, la direction de propagation de l'énergie, donnée par le produit vectoriel de  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  dans le cas d'un matériau sans pertes, est alors opposée à la direction du vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ . Cependant cette

---

hypothèse ne change en rien la définition de l'indice du milieu, égal à la racine carrée du produit de  $\epsilon$  et de  $\mu$  ( $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ ). Avec un matériau main gauche, les propriétés liées à la géométrie des lentilles classiques sont inversées. Une lentille avec une interface convexe a un effet divergent tandis qu'une lentille concave devient convergente. Ainsi, un matériau main gauche plan avec  $\epsilon$  et  $\mu$  égales en valeur absolue à celles du milieu environnant permet de faire converger en un point unique les ondes électromagnétiques divergentes d'un point source placé en amont d'une lentille plate. Cette propriété se démarque des caractéristiques des lentilles classiques utilisées en Optique.

À l'aube des années 2000, *J. Pendry* a montré la possibilité de focaliser toutes les composantes de Fourier d'une image  $2D$ , y compris les composantes évanescentes, à l'aide d'un matériau ayant un indice effectif négatif [11]. En effet, pour une propagation suivant l'axe de la lentille, les ondes propagatives dans la lentille satisfont nécessairement la condition

$$k_x^2 + k_y^2 < \frac{\omega^2}{c^2}, \quad (1.6)$$

où  $k_x$  et  $k_y$  sont les composantes spectrales du vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  dans le plan  $(x, y)$ . Ainsi, quelle que soit la taille de l'ouverture de la lentille, la résolution maximale est de l'ordre de

$$\Delta \approx \frac{2\pi}{k_{max}} = \frac{2\pi c}{\omega} = \lambda. \quad (1.7)$$

Au cours de la propagation dans un matériau classique, les ondes évanescentes,  $k_x^2 + k_y^2 > \frac{\omega^2}{c^2}$  ont une décroissance exponentielle avec la distance. À contrario, dans un matériau à indice négatif, une compensation de phase est apportée aux composantes spectrales propagatives et les composantes évanescentes sont amplifiées. L'amplification de ces composantes spectrales ne modifie pas la conservation de l'énergie. Elles transportent de plus les détails de la source de dimensions inférieures à la longueur d'onde et peuvent mener à une résolution sub-longueur d'onde de l'image à travers la lentille plate. Ainsi, mises à part les dimensions finies de la lentille, il n'existe aucun obstacle physique à une reconstruction parfaite des images à travers le matériau à indice négatif.

Les matériaux « main gauche » constituent ainsi une alternative à la limite de résolution définie dans le paragraphe 1.1.3.3. Avec un indice de réfraction effectif égal à  $-1$ , toute l'énergie se propageant à travers la lentille converge vers un point dans le vide. En effet, une lentille main gauche avec  $\epsilon = -1$  et  $\mu = -1$  est accordée en impédance ( $Z = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\epsilon\epsilon_0}}$ )

avec le milieu de référence. Il n'y a en conséquence aucune réflexion aux parois de la lentille, et dans le cas d'un milieu sans pertes, l'onde incidente est entièrement transmise. Communément appelé effet « superlentille », ce phénomène fait référence à une imagerie non conventionnelle de champ proche. Toutes les composantes spatiales sont transmises à travers le matériau main gauche avec un coefficient de transmission égal à l'unité. Les propriétés des matériaux main gauche peuvent se retrouver à l'aide des métamatériaux optiques et les cristaux photoniques [12, 13].

*Smith et al.* ont mis en place expérimentalement un métamatériau constitué d'un arrangement périodique de fils nanométriques associés à des résonateurs en forme de «  $c$  » [14]. Cette structure présente, du fait des résonances des inclusions, une constante diélectrique et une perméabilité électromagnétique simultanément négatives, dans une gamme de longueurs d'ondes très supérieures à la taille des résonateurs. Sur le même principe, *Shelby et al.* ont étudié expérimentalement la réfraction négative à travers un métamatériau optique [15]. Les propriétés main gauche sont obtenues pour les longueurs d'ondes supérieures à la taille des diffuseurs dans le métamatériau.

Concernant les cristaux photoniques, l'indice de réfraction est contrôlé par la structure de bandes. Du fait de la périodicité du milieu, un indice de réfraction négatif s'obtient pour les branches de la structure de bandes dont le repliement conduit à une pente négative [16]. Cette propriété a été démontrée pour les cristaux photoniques 1D [17, 13] et 2D [18, 19]. Elle a essentiellement lieu dans les gammes de fréquences proches de la résonance magnétique des constituants du cristal.

### 1.2.1 Contribution des ondes évanescentes

La transmission des ondes évanescentes à travers une lentille plate à base de cristal photonique a fait l'objet d'une étude numérique ayant permis de montrer l'effet superlentille [12]. L'amplification des ondes évanescentes est associée au mécanisme de couplage résonnant et se fait pas le biais de deux mécanismes distincts. Le premier est lié à la divergence des coefficients de transmission et de réflexion au niveau des interfaces des motifs élémentaires (résonances des motifs) [11]. Le second mécanisme est associé à la transmission résonnante à travers la structure entière. Cette transmission résonnante s'obtient

---

lorsque le cristal photonique est remplacé par un milieu effectif équivalent et consiste en des réflexions totales dans la structure (résonance d'épaisseur) [12]. De plus, à travers la modélisation d'un milieu effectif avec  $\epsilon$  et  $\mu$  égales à  $-1$ , l'amplitude transmise normalisée peut aller au delà de l'unité tout en respectant la conservation de l'énergie.

Pour un cristal photonique, l'effet superlentille défini par *Veselago* et *Pendry*, s'obtient lorsque le pas du réseau est plus petit que la taille de l'objet à imager. Par rapport à l'interface d'entrée, la source doit être placée à une distance inférieure à l'épaisseur de la lentille. La résolution latérale de l'image est dans ce cas meilleure que la résolution axiale [20]. Pour augmenter la distance entre la source et l'image associée, il est tentant soit d'augmenter l'épaisseur du cristal, soit d'utiliser un dispositif alternant plusieurs lames d'air et de cristal photonique. Dans le premier cas, l'augmentation de l'épaisseur du cristal entraîne une distorsion et une dégradation de la dynamique des images. Néanmoins l'évolution du pouvoir séparateur latéral n'est pas significative. Dans le second cas, en alternant deux à trois fois un cristal photonique plan et une couche d'air de même épaisseur, la distorsion des images s'en trouve augmentée. La dynamique des images est cependant plus faible du fait des réflexions au niveau des interfaces air-cristal photonique. Pour une même épaisseur totale, la distance entre la source et l'image associée est identique dans les deux cas.

Il existe cependant d'autres méthodes d'imagerie permettant de dépasser la limite de résolution. Par exemple, les méta-lentilles optiques constituées d'un motif de résonateurs de dimensions inférieures à la longueur d'onde peuvent être utilisées [21]. En dehors de l'imagerie, les matériaux main gauche sont un prélude à l'application du concept d'illusion optique. Un dispositif permettant de rétrécir virtuellement la taille des objets dans le même esprit que la cape d'invisibilité [22] a été obtenu dans la gamme de fréquences hors résonance avec de faibles pertes diélectriques.

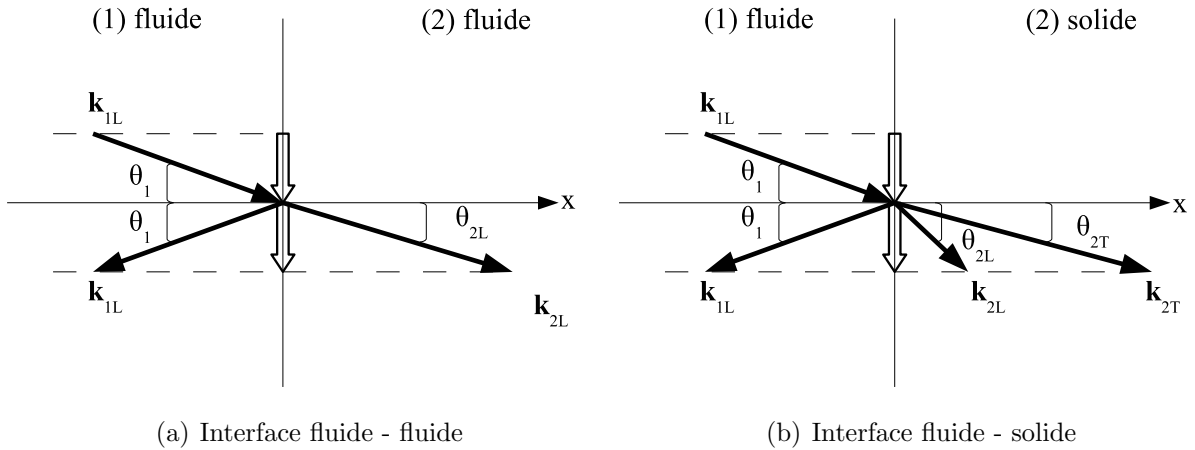
L'étude des milieux périodiques en Acoustique s'est largement inspirée des résultats obtenus en Électromagnétisme [23]. En effet, les propriétés des ondes acoustiques et électromagnétiques sont analogues à ceci près que les ondes élastiques dans le plan de propagation peuvent avoir des polarisations longitudinales et transversales. Les propriétés découlant de l'arrangement périodique de matériaux diélectriques différents se retrouvent aussi avec des matériaux élastiques différents. Dans la section suivante, nous aborderons

la réfraction négative pour une onde élastique à l'interface entre deux milieux distincts.

### 1.2.2 Réfraction négative

Lors de la réfraction d'une onde à l'interface entre deux fluides d'indices positifs, l'onde réfractée traverse l'interface et se propage du côté opposé par rapport à la normale (figure 1.7(a)). L'onde réfractée est une onde longitudinale se propageant à la vitesse de propagation dans le fluide (2).

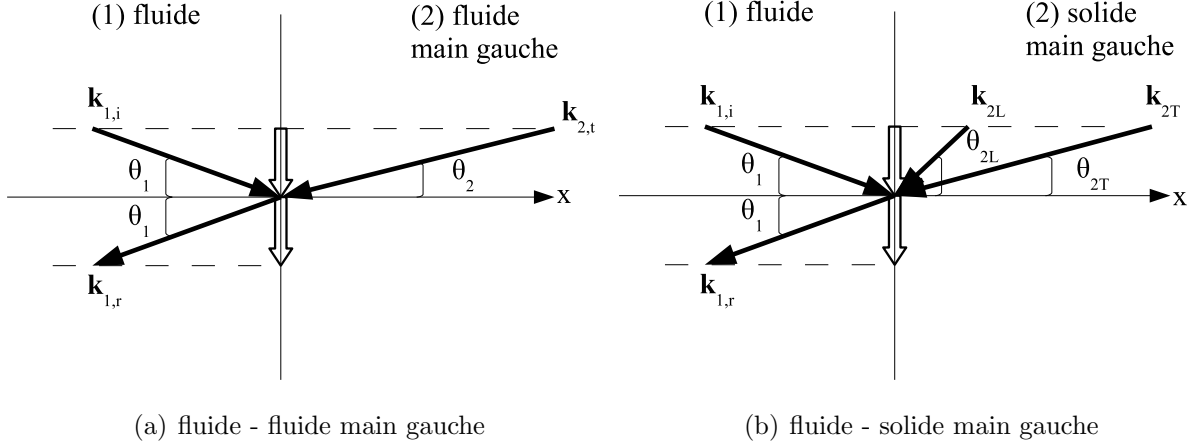
Dans le cas d'une interface entre un fluide et un solide, l'existence dans le solide



**Figure 1.7** – Vecteurs d'ondes à l'interface entre (a) deux milieux fluides, (b) un milieu fluide et un milieu solide.

d'une onde longitudinale et une onde transversale dépend de l'angle d'incidence. La figure 1.7(b) représente la réfraction à l'interface entre un milieu d'incidence fluide et un milieu de réfraction solide. Dans le milieu (2), la composante longitudinale et la composante transverse ont respectivement les vecteurs d'onde  $\mathbf{k}_{2L}$  et  $\mathbf{k}_{2T}$ . Les deux ondes générées à l'interface vérifient la loi de Snell-Descartes.

Propriété très peu commune associée aux matériaux main gauche, la réfraction négative a lieu à l'interface entre un milieu classique et un matériau main gauche. L'onde incidente se propage du même côté de la normale que l'onde incidente (figure 1.8). La direction du vecteur vitesse d'énergie, autrement appelée vecteur de Poynting, est du milieu (1) vers



**Figure 1.8** – Vecteurs d’ondes à l’interface entre (a) un fluide d’indice positif et un fluide d’indice négatif, (b) un fluide et un solide main gauche.

les milieux (2). Les ondes réfractées à l’interface entre les deux milieux dépendent du type d’interface comme pour la réfraction positive (fluide-fluide, fluide-solide).

Dans les deux cas de figure, la réfraction de l’onde incidente est régie par la loi de Snell-Descartes. Elle est basée, pour une onde monochromatique, sur la conservation de la composante tangentielle à l’interface du vecteur d’onde de chacune des ondes : incidente, réfléchie et transmise.

### 1.2.3 Focalisation à travers les matériaux main gauche

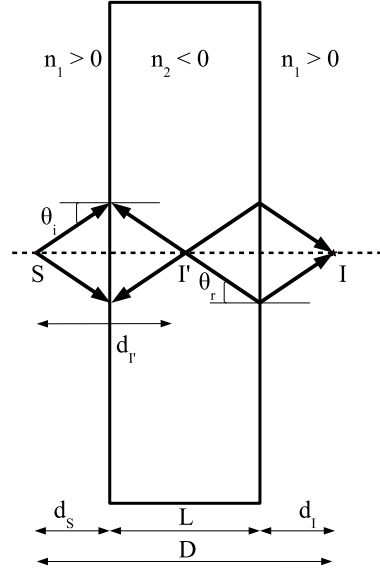
Pour un matériau main gauche immergé dans l’eau, la réfraction des ondes acoustiques aux interfaces se fait selon les principes précédemment exposés. Le cas où le milieu présente uniquement la propriété de réfraction négative est présenté sur la figure 1.9. Soit  $d_S$  la distance entre une source ponctuelle  $S$  et l’interface du cristal, les points d’intersection d’un rayon incident et de l’axe passant par  $S$  sont distants de la source de [24] :

$$d_{I'} = (1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i} / \cos \theta_i) d_S, \quad (1.8)$$

et

$$D = (1 + \cos \theta_i \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i}) L, \quad (1.9)$$





**Figure 1.9** – Principe de focalisation des rayons divergents d'un point source placé en amont d'un milieu d'indice négatif.

avec  $d_I'$  la distance entre la source et le point de convergence des faisceaux dans le cristal (image virtuelle),  $D$  la distance entre la source et l'image associée, et  $n$  l'indice de la lentille.  $d_I'$  et  $D$  dépendent de l'angle d'incidence. Dans le cas général, des rayons avec des angles d'incidence différents convergent en des points différents. La distance  $D$  entre les points source et image s'écrit aussi  $D = L + d_S + d_I$ ,  $L$  est l'épaisseur de la lentille.

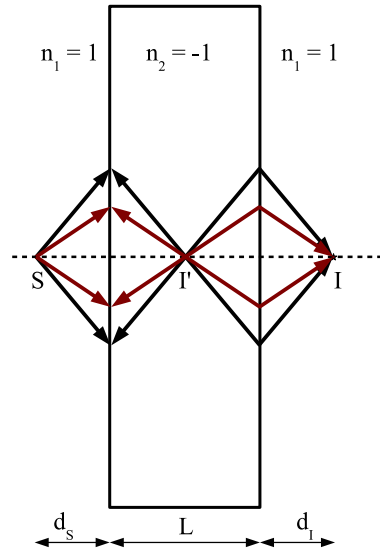
Pour un milieu dont l'indice de réfraction est indépendant de la direction de propagation, la distance entre la source et l'image s'écrit en fonction de l'indice effectif :

$$D = L\left(1 + \frac{1}{|n|}\right). \quad (1.10)$$

C'est le cas des milieux isotropes, dont le vecteur d'onde ne dépend pas de la direction de propagation.

L'effet superlentille impose un accord d'indice entre le matériau d'indice négatif et le milieu environnant. Dans ce cas, les rayons issus de  $S$  convergent tous en un point par le biais d'une double réfraction négative aux interfaces.

Les rayons issus de la source placée en amont d'une lentille d'indice négatif convergent en premier vers une image virtuelle dans la lentille (figure 1.10). Ensuite, une seconde réfraction négative à l'interface entre les deux matériaux conduit à la focalisation en un point image réel dans le milieu extérieur. L'accord d'indice entre le cristal phononique et



**Figure 1.10** – *Principe de focalisation des rayons divergents d'un point source placé en amont d'un milieu d'indice négatif égal à  $-1$ .*

le milieu fluide environnant entraîne que  $d_S + d_I = L$ , par conséquent  $D = 2L$ .

### 1.3 Matériaux « main gauche » acoustiques et cristaux phononiques

Les cristaux phononiques sont des matériaux élastiques artificiels constitués de diffuseurs agencés périodiquement dans une matrice. Généralement de même dimension et de même géométrie, les diffuseurs sont issus d'un même matériau. Plusieurs combinaisons sont possibles : des inclusions solides dans une matrice solide aux inclusions fluides dans une matrice fluide, en passant par l'alternance des différentes matrices et inclusions. L'appellation « cristal phononique » est issue de l'analogie phonon-photon.

Dans les années 1970, *L. P. Solie* a effectué une étude sur les milieux périodiques dans l'objectif de réaliser un filtre acoustique à ondes de surfaces [25]. Ce filtre réflecteur est réalisé en premier lieu à l'aide de rainures métalliques périodiques. Ces dernières sont remplacées par la suite par des tiges métalliques périodiques. Cet arrangement permet sous certaines conditions d'observer une réflexion des ondes de surface dans une ou toutes

les directions de propagation. L'idée de filtre acoustique a aussi été mise en avant dans les travaux de *Narayanamurti* sur un composite périodique à une dimension réalisé à partir d'un réseau de AsGa/AlGaAs [26]. Dans le soucis de comprendre la théorie associée à la propagation des ondes élastiques dans les milieux périodiques, le calcul des relations de dispersion a été introduit pour une structure solide 3D ayant des inclusions sphériques [27]. Les relations de dispersion ont permis d'identifier les bandes de fréquences pour lesquelles la propagation des ondes est partiellement ou totalement interdite.

L'étude théorique des milieux élastiques périodiques a connu une progression considérable au début des années 1990, notamment avec les travaux de *M. S. Kushwaha*, mettant en évidence la présence de bandes interdites dans les cristaux phononiques [23]. L'étude en question portait sur un cristal phononique constitué de cylindres de nickel dans une matrice d'aluminium et vice versa. Cette structure présente une bande interdite dans le plan de propagation pour les ondes transverses. L'existence de cette bande découle essentiellement des contrastes de vitesse et de masse volumique entre la matrice et les inclusions solides. Il est nécessaire pour l'élargir de choisir un fort contraste entre les vitesses dans la matrice et dans les inclusions.

Par la suite, une étude expérimentale portait sur une structure phononique qui, à la base, est une sculpture minimaliste de l'artiste espagnol *Eusebio Sempere* exposée au jardin de la Juan March Foundation à Madrid (figure 1.11). Cette structure est constituée de cylindres d'acier de 29 mm de diamètre disposés selon une maille carrée, par pas de 100 mm. Elle présente une atténuation aux ondes acoustiques aux fréquences 1, 7 et 2,7 kHz, atténuation reliée en première interprétation à la diffraction sur les plans cristallographiques [100] et [110]. Il s'agit en réalité de bandes interdites dans une seule direction de propagation, car l'atténuation introduite par la structure dépend de la direction du vecteur d'onde incident.

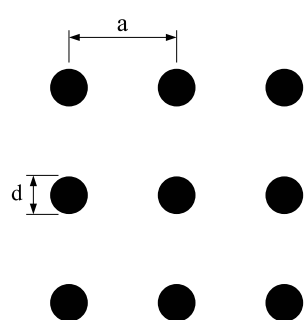
Aux cours de ces premières investigations s'est aussi posée la question de l'influence de l'agencement des diffuseurs dans la matrice. Ainsi la topologie « cermet », qui est constituée de diffuseurs isolés, est préférable à la topologie « réseau », dans laquelle les diffuseurs sont inter-connectés [28]. De plus, le réseau triangulaire est plus favorable à l'ouverture de bande interdite, sa première zone de Brillouin étant celle qui a la forme la plus circulaire possible [29].

Par ailleurs, les premières études sur les cristaux phononiques s'intéressent essentiel-

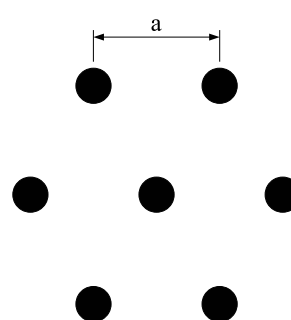
---



**Figure 1.11** – *Sculture périodique d'Eusebio Sempere à Madrid.*



(a) Réseau carré



(b) Réseau triangulaire

**Figure 1.12** – *Réseaux classiques des cristaux phononiques à 2 dimensions (a) réseau (à maille) carré et (b) réseau triangulaire.*

lement à la démonstration théorique et expérimentale de l'existence des bandes interdites dans les cristaux phononiques à 2 et 3 dimensions [23, 28, 30, 31]. Les paramètres de maille et les résonances des diffuseurs pris séparément jouent aussi un rôle important dans l'ouverture de bandes interdites [32]. Il est en effet montré que la première bande interdite est une bande hybride liée d'une part, aux résonances des diffuseurs isolés qui engendrent des bandes interdites étroites, et d'autre part, à la propagation dans le milieu effectif. Toutefois, le contraste de densité a une plus forte influence dans l'ouverture de bandes interdites que le contraste de vitesse. De plus, selon des études concomitantes [33], les propriétés dues à la périodicité des milieux apparaissent à partir de 4 rangées dans l'épaisseur. Pour un nombre de rangées supérieur, les cristaux phononiques peuvent être considérés comme infinis.

Pour des raisons de mise en œuvre relativement simple, l'étude des cristaux à matrice fluide et inclusions solides a été privilégiée [24, 34, 35]. En vue de mettre en évidence les résonances localisées, *Yang et al.* ont réalisé un cristal phononique 3D constitué de diffuseurs sphériques disposés selon la géométrie cubique à faces centrées dans de l'eau [34]. La focalisation des ondes ainsi que l'effet tunnel au cours de la propagation dans le cristal phononique ont été mis en évidence expérimentalement. D'autre part, les travaux sur les structures bidimensionnelles constituées de tiges cylindriques d'acier dans l'eau ont permis d'analyser la réfraction négative [35, 36, 37]. Cette dernière se manifeste par le rétrécissement latéral de l'image d'une source placée en amont d'une lentille plane à base de cristal phononique et un étalement axial essentiellement lié à la dispersion dans l'axe de la source.

Dans le cas particulier de l'accord d'indice entre la lentille et le milieu environnant, une résolution sub-longueur d'onde est obtenue aussi bien pour des cristaux phononiques fluides [3, 38] que des cristaux phononiques à ondes de surface [39, 40, 41]. L'effet superlentille permet d'envisager une utilisation des lentilles acoustiques dans les systèmes d'imagerie acoustique haute résolution.

Sur le même principe que les superlentilles, les réseaux constitués de diffuseurs de rayon variable dans une matrice permettent d'amplifier les composantes évanescentes de l'onde ultrasonore. Avec un rayon en sortie huit fois supérieur au rayon à la première rangée, les hyperlentilles permettent aujourd'hui de dépasser la limite de diffraction [42].

D'autres effets tels que le mirage acoustique [43] permettent de guider les ondes dans un réseau à gradient d'indice en exploitant la propriété de réfraction négative tout comme c'est le cas avec les bandes interdites [44, 45, 46]. Toutefois, pour l'utilisation des bandes interdites pour le guidage des ondes, le trajet de l'onde est prédéfini par l'introduction d'une ligne de défaut.

En résumé, les applications des cristaux phononiques sont d'une part, le guidage et le confinement des ondes dans les bandes de propagation interdite et d'autre part, la réalisation des superlentilles, des hyperlentilles et des matériaux à gradient d'indice pour les bandes de fréquences au dessus de la bande interdite de Bragg correspondant à la première bande interdite complète.

### 1.3.1 Réseaux directs et réseaux réciproques

À l'état naturel, les solides cristallins possèdent à l'échelle microscopique, un arrangement périodique et symétrique d'atomes formant la structure entière. Le réseau formé par les atomes (réseau de Bravais) est décrit par un vecteur de périodicité  $\mathbf{a}$  :

$$\mathbf{a} = u\mathbf{a}_1 + v\mathbf{a}_2 + w\mathbf{a}_3 \quad (1.11)$$

où  $\mathbf{a}_1$ ,  $\mathbf{a}_2$  et  $\mathbf{a}_3$  sont les vecteurs de base du réseau direct et  $u$ ,  $v$  et  $w$  trois nombres entiers. Dans le cas où un des vecteurs de base est nul, la relation 1.11 définit un réseau de Bravais à deux dimensions.

Il existe cependant plusieurs combinaisons possibles de vecteurs unitaires permettant de définir une cellule élémentaire, le plus petit volume contenant exactement un point du réseau (toute l'information) avec une symétrie de translation suivant les vecteurs de base. La translation de la cellule élémentaire doit se faire sans chevauchement entre deux cellules adjacentes. La cellule élémentaire généralement utilisée est la maille de Wigner-Seitz, elle est identifiée comme la région de l'espace la plus proche d'un point du réseau que de n'importe quel autre point [47].

La maille de Wigner-Seitz dans l'espace réciproque est la première zone de Brillouin. Le réseau réciproque est associé au réseau direct et permet l'étude théorique de la propagation des ondes dans le milieu périodique. Au réseau direct de vecteur de périodicité  $\mathbf{a}$  correspond un réseau réciproque de vecteur  $\mathbf{G}$  permettant de décrire tous les vecteurs

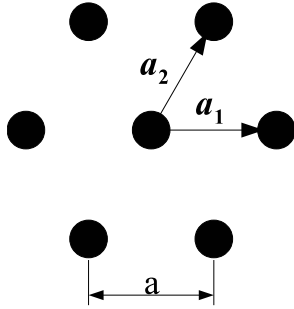
d'ondes du réseau périodique. Le réseau réciproque peut être vu comme l'ensemble des vecteurs d'ondes satisfaisant à la relation 1.12 pour tous les vecteurs  $\mathbf{a}$  du réseau direct :

$$e^{(\mathbf{G} \cdot \mathbf{a})} = 1. \quad (1.12)$$

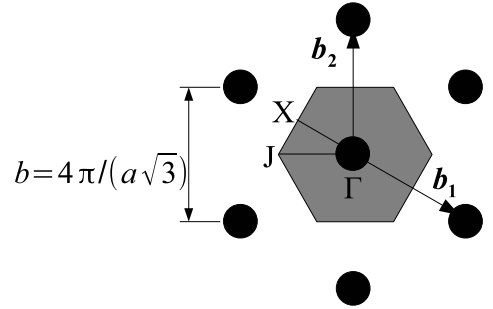
Tout comme le réseau direct, le réseau réciproque est un réseau de Bravais de même nature. Les vecteurs de base du réseau réciproque  $\mathbf{b}_1$ ,  $\mathbf{b}_2$  et  $\mathbf{b}_3$  sont construits à partir des vecteurs de base du réseau direct  $\mathbf{a}_1$ ,  $\mathbf{a}_2$  et  $\mathbf{a}_3$ . Pour un réseau à 3 dimensions, ils sont donnés par les relations suivantes :

$$\mathbf{b}_1 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_2 \wedge \mathbf{a}_3}{\mathbf{a}_1 \cdot (\mathbf{a}_2 \wedge \mathbf{a}_3)}, \quad \mathbf{b}_2 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_3 \wedge \mathbf{a}_1}{\mathbf{a}_2 \cdot (\mathbf{a}_3 \wedge \mathbf{a}_1)}, \quad \mathbf{b}_3 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_1 \wedge \mathbf{a}_2}{\mathbf{a}_3 \cdot (\mathbf{a}_1 \wedge \mathbf{a}_2)}. \quad (1.13)$$

Ainsi le réseau réciproque associé au réseau triangulaire de vecteurs de base  $\mathbf{a}_1$  et  $\mathbf{a}_2$  est un réseau triangulaire de vecteurs de base  $\mathbf{b}_1$  et  $\mathbf{b}_2$  (figure 1.13). La première zone



(a) Réseau direct



(b) Réseau réciproque

**Figure 1.13** – Réseau direct triangulaire (a) et le réseau réciproque triangulaire correspondant (b) pour un réseau périodique 2D. Le triangle  $\Gamma XJ$  correspond à la zone de Brillouin.

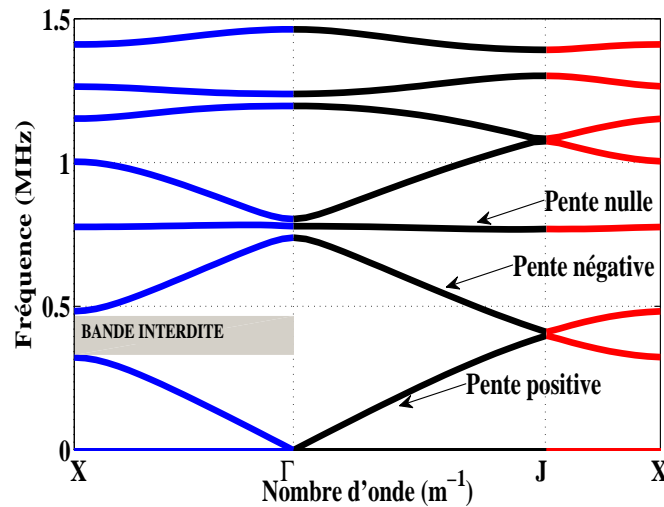
de Brillouin, zone grise (figure 1.13(b)), est une maille du réseau réciproque de haute symétrie, définie comme la surface délimitée par les plans issus de l'ensemble des points équidistants du point central et des plus proches voisins. La première zone de Brillouin peut aussi être vue comme l'ensemble des points de l'espace réciproque pouvant être atteints depuis l'origine sans intersection avec un plan de Bragg. Toutefois, il est possible de définir des zones de Brillouin d'ordres supérieurs. La  $n^{\text{ième}}$  zone de Brillouin est l'ensemble des points de l'espace réciproque pouvant être atteints à partir de l'origine sans intersection avec les  $n - 1$  autres plans de Bragg.

Dans le cadre de cette thèse, l'étude des structures sera réalisée uniquement dans la première zone de Brillouin, et en particulier dans la zone désignée par le triangle rectangle  $\Gamma X J$  (figure 1.13(b)). En effet, la périodicité de la structure permet de déduire ses propriétés de celles de la première zone de Brillouin.

### 1.3.2 Dispersion dans les milieux périodiques

La relation de dispersion  $\omega(\mathbf{k})$  est caractéristique du milieu de propagation. Elle offre entre autre, des informations sur la propagation de l'onde dans le milieu. De cette relation se déduisent la vitesse de phase  $v_\varphi = \frac{\omega}{k}$  et la vitesse de groupe  $v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$ . Pour un milieu non dispersif, ces deux vitesses sont égales. Par ailleurs, dans un milieu sans pertes, la vitesse de groupe correspond à la vitesse de transport de l'énergie.

Pour les milieux dispersifs, la relation de dispersion permet d'identifier les bandes



**Figure 1.14** – Courbes de dispersion pour un réseau périodique de tiges d'acier disposées selon la maille triangulaire dans de l'eau, paramètres de maille :  $a = 1,5 \text{ mm}$  et  $d = 1 \text{ mm}$ .

interdites, et les différents modes de propagation dans le milieu périodique. La figure 1.14 montre la courbe de dispersion d'un cristal phononique constitué de tiges cylindriques d'acier inoxydable immergées dans l'eau. Elle est obtenue à l'aide de la méthode de décomposition en ondes planes qui sera présentée au prochain chapitre. Les diffuseurs, de diamètre  $d = 1 \text{ mm}$ , sont disposés selon la géométrie triangulaire avec une périodicité



$a = 1,5$  mm. La première branche correspond à une vitesse de phase et une vitesse de groupe simultanément positives. Les interférences destructives liées aux réflexions multiples de Bragg donnent lieu à une ouverture de bandes interdites, *band gap* en anglais, dans une ou plusieurs des directions de propagation. Dans ce cas, le croisement des différentes branches de propagation introduit un couplage des modes de propagation pouvant faire apparaître la bande interdite [48]. Les branches à pente nulle correspondent à un mode à vitesse de groupe nulle et vitesse de phase constante, tandis que les branches à pente négative correspondent à une bande de fréquences pour laquelle  $v_\varphi$  et  $v_g$  sont de signes contraires.

Les paramètres du milieu périodique (masse volumique, constantes élastiques,  $\dots$ ) au point de coordonnée  $\mathbf{r}$  sont de la forme :  $\alpha(\mathbf{r}) = \alpha(\mathbf{r} + \mathbf{a})$ , avec  $\mathbf{a}$  le vecteur de périodicité du réseau direct. La relation de dispersion est aussi périodique et s'écrit  $\omega(\mathbf{k}) = \omega(\mathbf{k} + \mathbf{G})$  ;  $\mathbf{G}$  est la périodicité du réseau réciproque. La relation de dispersion dépend de la direction de propagation et est de plus symétrique si le milieu périodique est symétrique,  $\omega(\mathbf{k}) = \omega(-\mathbf{k})$ . Pour un réseau périodique de symétrie triangulaire et de période  $\mathbf{a}$ , le nombre d'onde maximal dans la zone de Brillouin  $k_{\Gamma X} = \pi/a$  suivant  $\Gamma X$ ,  $k_{\Gamma J} = 2\pi/a\sqrt{3}$  suivant  $\Gamma J$  et suivant  $JX$ ,  $k_{JX} = \pi/a\sqrt{3}$ .

### 1.3.3 Modes de Bloch

À la manière des ondes planes dans les milieux isotropes, la propagation dans les milieux périodiques se fait par le biais d'ondes de Bloch. Cette propagation est décrite par les courbes de dispersion dans la première zone Brillouin. Ainsi dans une bande de fréquences donnée, le vecteur d'ondes est déterminé pour toutes les directions de propagation. En effet, d'après le théorème de Bloch-Floquet, du fait de la périodicité des cristaux phoniques le champ de déplacement  $u$  (ou le champ de contrainte) à la position  $\mathbf{r}$  quelconque s'écrit sous la forme :

$$u(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{G}} u_{\mathbf{k}_n} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r})}, \quad (1.14)$$

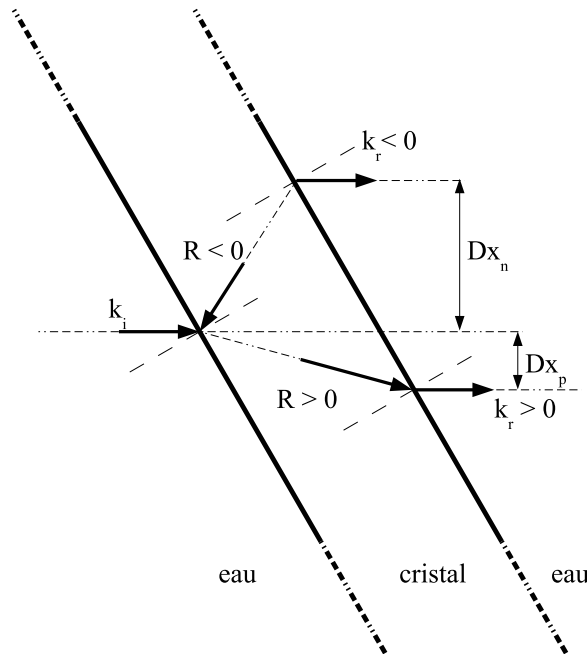
où  $u_{\mathbf{k}_n}$  est le champ associé au vecteur d'onde  $\mathbf{k}_n$  du mode de Bloch  $n$ . Le vecteur d'onde est donné par la relation :

$$\mathbf{k}_n = \mathbf{k}_{BZ} + n\mathbf{G}, \quad (1.15)$$

$\mathbf{k}_{BZ}$  est le vecteur d'onde dans la zone de Brillouin irréductible. Cette zone contient toute l'information spectrale liée à la propagation des ondes dans le milieu périodique. L'étude peut donc se limiter aux vecteurs d'onde dans la première zone de Brillouin. Pour un réseau périodique infini, il existe une infinité de modes de Bloch, cependant du fait des dimensions finies des cristaux étudiés, seul un nombre fini de vecteurs d'ondes de Bloch peut être pris en compte.

À l'interface entre un milieu isotrope et un cristal phononique, une onde incidente dans le milieu isotrope peut-être couplée aux différents modes de Bloch en respectant la loi de Snell-Descartes. Ainsi, à l'onde décrite par le couple  $(\omega, \mathbf{k})$  dans le milieu isotrope environnant, sont couplées aux ondes  $(\omega, \mathbf{k}_n)$  dans le milieu périodique. Les modes de Bloch avec un nombre d'onde de Bloch négatif donnent lieu à une réfraction négative, les modes de Bloch positifs entraînant la réfraction positive (figure 1.15).

Sur la figure 1.15, la déviation  $Dx$  d'un faisceau incident est alors donnée par la



**Figure 1.15** – Déviation d'un faisceau en incidence oblique due à l'existence de deux modes de Bloch dans un cristal phononique immergé dans l'eau :  $n$  réfraction négative et  $p$  réfraction positive.

relation géométrique 1.16, issue de la loi de Snell-Descartes :

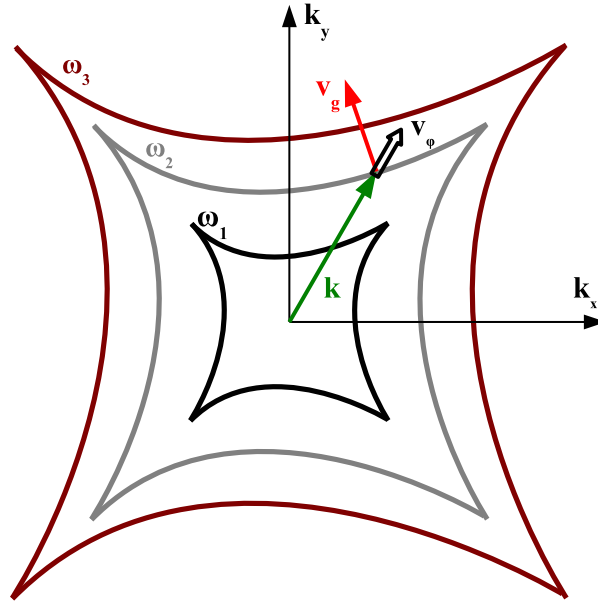
$$Dx = L \cos \theta_i (\tan \theta_r + \tan \theta_i). \quad (1.16)$$

$\theta_i$  et  $\theta_r$  correspondent respectivement aux angles d'incidence et de réfraction. Cette équation générale reste valable pour une réfraction positive ou négative au sein du cristal phononique. La déviation dépend alors du signe de l'indice de réfraction.

### 1.3.4 Surfaces des lenteurs ou contours équi-fréquences

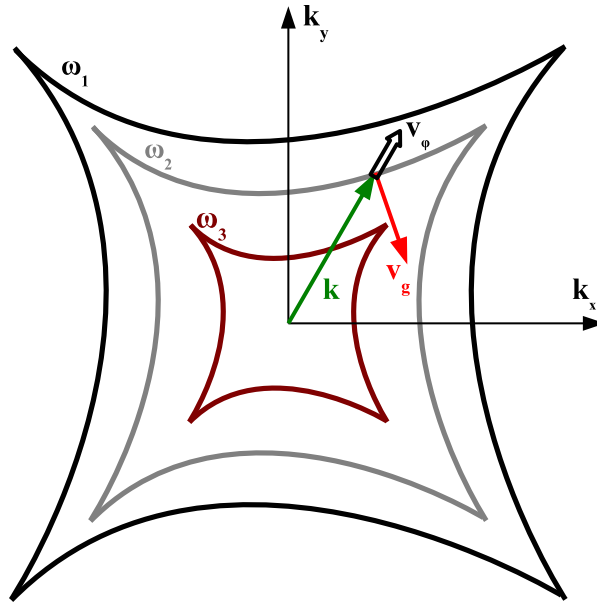
La propagation dans les milieux élastiques périodiques dépend, en général, de la direction de propagation et de la fréquence. L'intersection de la structure de bandes avec un plan fréquentiel définit la surface des lenteurs, aussi appelée surface ou contour équi-fréquence (equi-frequency surfaces - EFS).

La figure 1.16 est un exemple de surfaces équi-fréquences d'une onde dans un milieu anisotrope dans le plan réciproque  $(k_x, k_y)$  pour des fréquences angulaires  $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$ . La direction de propagation de l'énergie d'une onde de vecteur  $\mathbf{k}$  (direction de la vitesse de groupe) est normale à l'EFS et pointe du côté des fréquences croissantes. Le vecteur d'onde et le vecteur vitesse de phase dans le milieu sont suivant la direction de propagation de l'onde incidente.



**Figure 1.16** – Exemple de surfaces équi-fréquences pour un matériau homogène anisotrope.

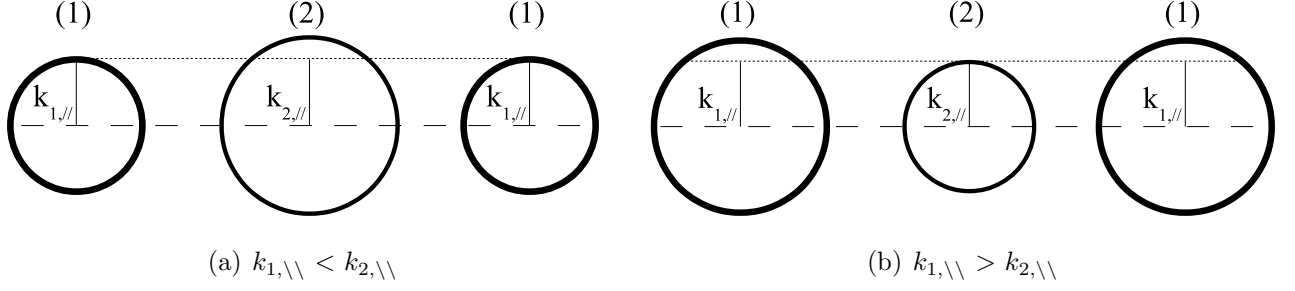
Dans le cas d'une branche à pente négative (seconde branche de la structure de bande de dispersion, figure 1.14), le module du vecteur d'onde diminue quand la fréquence augmente ( $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$ ). Ainsi, la direction de propagation de l'énergie est opposée au vecteur d'onde et au vecteur vitesse de phase (figure 1.17). Cette propriété s'obtient pour



**Figure 1.17** – Surfaces équi-fréquences pour un matériau périodique dans la bande de réfraction négative.

un milieu constitué d'un arrangement périodique de deux (ou plus) matériaux de caractéristiques différentes. La réfraction négative est donc identifiée à partir de la structure de bandes et des surfaces équi-fréquences.

La forme géométrique des surfaces équi-fréquences est liée au degré d'isotropie des matériaux [49]. Par exemple pour un milieu isotrope, les EFS sont circulaires. Le nombre d'onde est indépendant de la direction de propagation. Au regard des EFS, la propagation à l'interface entre deux milieux isotropes distincts peut être schématisée par la figure 1.18. Si la composante tangentielle maximale ( $k_{1,\backslash\backslash}$ ) du vecteur d'onde du milieu 1 est inférieure à la composante tangentielle maximale ( $k_{2,\backslash\backslash}$ ) du milieu 2, tous les vecteurs d'ondes incidents sont couplés au milieu 2 (figure 1.18(a)). Inversement, seules les composantes tangentielles du milieu 2 inférieures à  $k_{1,\backslash\backslash}$  peuvent être couplées au milieu 1. Lorsque la composante maximale  $k_{1,\//}$  est supérieure à la composante maximale  $k_{2,\//}$  (figure 1.18(b)), seules les composantes inférieures ou égales à la composante tangentielle maximale dans



**Figure 1.18** – Couplage à l'interface entre deux milieux isotropes distincts (a) EFS du milieu 1 inférieure à celle du milieu 2, (b) EFS du milieu 1 supérieure à celle du milieu 2.

le milieu 2 peuvent se propager. Toutes les composantes du milieu peuvent être couplée au milieu 1.

Pour un milieu d'incidence solide avec simultanément des ondes de polarisations longitudinale et transverse, l'onde associée à chaque type de polarisation est couplée au milieu 2 selon le principe de couplage présenté à la figure 1.18. Elle est transmise au milieu 2 si la composante tangentielle du vecteur d'onde incident est inférieure ou égale à celle du milieu 2. Le principe de couplage reste valable si différents modes de Bloch se propagent dans le milieu d'incidence.

## 1.4 Conclusion

Les bases de la propagation des ondes et de l'imagerie utilisées dans la suite de ce manuscrit ont été introduites dans ce chapitre, avec notamment un tour d'horizon non exhaustif des dispositifs d'imagerie utilisant les lentilles classiques et les cristaux phononiques. Le phénomène de réfraction négative ainsi que les conditions de focalisation de faisceaux associés aux matériaux d'indice négatif sont explicitées à l'interface entre une lentille phononique et un milieu isotrope environnant.

Il ressort de cette étude qu'une imagerie acoustique sub-longueur d'onde s'obtient si les conditions d'accord d'indice et de circularité des surfaces équi-fréquences sont satisfaites. La première permet d'avoir pour chaque angle d'incidence un angle de réfraction de même valeur (absolue), entraînant ainsi une compensation de phase à distance de propagation

égale dans le cristal phononique et le milieu de référence. Concernant la seconde condition, tous les rayons incidents issus d'un même point convergent vers un seul et même point après propagation à travers la lentille phononique. Toutefois pour une résolution sub-longueur d'onde, ces deux conditions doivent être couplées à une imagerie champ proche, de façon à amplifier des ondes évanescentes issues de la source.

Un critère supplémentaire à prendre en compte est l'accord d'impédance entre la lentille et le milieu de référence. En effet, de ce paramètre dépend la dynamique des images réalisables avec de telles lentilles. Ces trois critères réunis, permettent une imagerie sub-longueur d'onde avec une résolution au delà de la limite de diffraction classique. L'image restituera la dynamique de la source ponctuelle dès lors qu'un seul et unique mode de propagation sera mis en jeu.

La propagation de plusieurs modes dus à la périodicité du cristal phononique solide fait l'objet du prochain chapitre. Nous verrons ainsi la conséquence de l'existence de plusieurs modes sur la focalisation d'ondes à travers une lentille solide.



## Chapitre 2

# Réfraction négative et imagerie acoustique à travers un cristal phononique solide

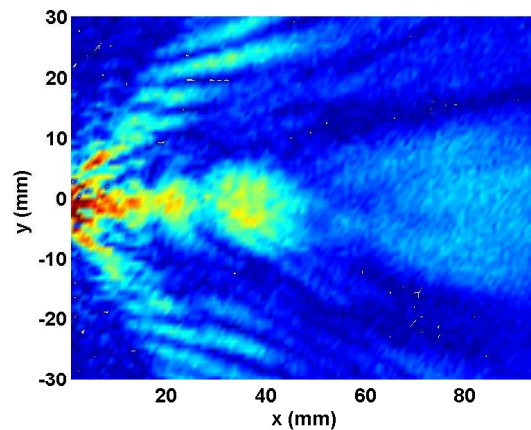
### 2.1 Introduction

Nous nous intéressons dans ce chapitre à l'étude de la réfraction négative des ondes ultrasonores à l'interface de cristaux phononiques à matrice et inclusions solides. Ces milieux présentent l'avantage d'une facilité d'intégration dans un dispositif d'imagerie acoustique, alors que pour une lentille fluide la question de l'étanchéité s'avère délicate.

Les résultats présentés dans le chapitre précédent ont montré la difficulté de réunir les conditions nécessaires à la formation d'une image haute résolution. L'objectif est à présent de réaliser un cristal phononique réunissant l'ensemble des caractéristiques nécessaires à la réalisation d'une lentille solide. Cet objectif s'avère difficile du fait de la présence de polarisations transverse et longitudinale. De plus, la différence entre la célérité des ondes dans le cristal phononique et dans le milieu extérieur conduit à un désaccord d'indice. Ainsi le champ image issu d'un transducteur ultrasonore source, à travers une lentille solide immergée dans l'eau (figure 2.1), se révèle plus complexe que le cas idéal présenté au chapitre 1 [36]. Les détails de la figure seront exposés dans la suite du chapitre.

---





**Figure 2.1** – *Champ de pression image associé à un point source à travers une lentille solide immergée dans l'eau.*

Des auteurs ont travaillé sur les diagrammes de bandes, et ont pu identifier les polarisations associées aux différentes branches de dispersion. Comme pour les matériaux élastiques isotropes, il existe trois ondes pouvant se propager dans les cristaux phononiques à matrice solide : des ondes à polarisation quasi-longitudinale et quasi-transverse dans le plan de propagation (perpendiculaire à l'axe des diffuseurs), et une onde quasi-transverse hors plan (polarisation parallèle à l'axe des diffuseurs). *M. S. Kushwaha et al.* se sont intéressés à la caractérisation des ondes se propageant dans un cristal phononique bi-dimensionnel constitué de tiges cylindriques de nickel disposées selon une maille carrée dans de l'aluminium et vice versa [23]. Ils ont notamment montré l'existence de bandes interdites partielles et complètes (dans toutes les directions de propagation) pour une onde de polarisation quasi-transverse dans le plan de propagation.

Par ailleurs, les paramètres géométriques ainsi que le choix des matériaux ont permis de mettre en exergue des bandes de fréquences donnant lieu aux phénomènes de réfraction négative. Toutefois, il a fallu attendre l'année 2008 pour voir une étude numérique portant sur des branches de dispersion à pente négative, au dessus de la première bande interdite, dans un cristal phononique solide [50]. Le cristal phononique en question est constitué d'un réseau de trous cylindriques (air), disposés selon une maille carrée, réalisé dans une matrice en aluminium. Les propriétés de réfraction négative s'obtiennent uniquement pour l'onde à polarisation quasi-transverse dans le plan de propagation, l'onde

quasi-longitudinale étant évanescence dans la gamme fréquentielle considérée. Un travail expérimental, basé sur ces résultats numériques, est venu compléter cette étude [51]. Dans le cadre d'une autre étude, la réfraction négative du mode transverse hors plan a aussi été démontrée au moyen d'un cristal phononique solide à maille triangulaire [52]. La focalisation des ondes de polarisation hors plan est alors mise en évidence à travers une lentille plate avec une résolution de l'ordre de la demi-longueur d'onde.

Des expériences similaires sur les ondes de Rayleigh [53], de Lamb [48, 54], ou encore les ondes transverses horizontales [55] guidées dans de fines plaques de cristaux phononiques ont aussi montré l'existence de bandes interdites et des propriétés de réfraction négative pour les longueurs d'ondes de l'ordre des dimensions du réseau.

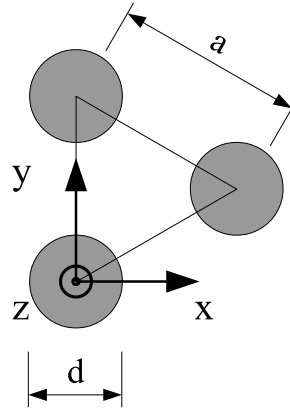
La première partie du chapitre présente les propriétés des matériaux, la géométrie et les paramètres de maille du cristal phononique retenu dans ce travail. Ensuite, deux configurations sont étudiées expérimentalement. La première correspond à une réfraction dans milieu extérieur solide [56]. Dans cette partie, les éventuelles changements de polarisation aux interfaces sont pris en compte. Dans la deuxième configuration, le cristal est immergé dans l'eau en vue d'identifier les différents modes de Bloch couplés au milieu fluide extérieur [57]. La troisième partie est consacrée à la propagation des ondes à travers deux interfaces parallèles (lentille plate à base de cristal phononique). Sur la base des mécanismes identifiés au cours de la propagation, la dernière partie fournit l'analyse du champ image présenté à la figure 2.1.

## 2.2 Description du cristal phononique solide 2D

Le choix de l'arrangement des diffuseurs dans la matrice a porté sur la maille triangulaire (figure 2.2). Les diffuseurs, tiges cylindriques en acier inoxydable, sont placés dans une matrice solide. Les tiges de diamètre  $d$ , forment un triangle équilatéral de côté  $a$ , le pas du réseau direct. Ces deux paramètres permettent de définir le facteur de remplissage du cristal phononique donné par la relation :  $f_r = 2\pi(d/2)^2/(a^2\sqrt{3})$ . Comparée à la géométrie de maille carrée, la géométrie triangulaire a l'avantage de présenter des structures de bandes avec une branche de réfraction négative isolée sur une bande de fréquences

donnée [28], facilitant l'analyse des signaux expérimentaux.

Afin d'obtenir un contraste important de vitesse et de masse volumique entre la ma-



**Figure 2.2** – Maille élémentaire du réseau direct : diffuseurs de diamètre  $d$  et pas spatial  $a$ .

trice et les diffuseurs, deux matrices sont réalisées, la première à base d'une résine époxy et la seconde à base de nylon. Le tableau 2.1 présente les propriétés des matériaux cités. Ces caractéristiques sont utilisées dans le calcul des structures de bandes. L'écart relatif

Matériaux	$c_L$ (m·s <sup>-1</sup> )	$c_T$ (m·s <sup>-1</sup> )	$\rho$ (kg·m <sup>-3</sup> )
<b>Acier</b>	5800	2910	7890
<b>Époxy</b>	2480	1030	1150
<b>Nylon</b>	2710	1080	1152

**Tableau 2.1** – PROPRIÉTÉS DES MATÉRIAUX CONSTITUANTS LES CRISTAUX PHONONIQUES SOLIDES (MASSE VOLUMIQUE ET VITESSES DE PROPAGATION LONGITUDINALE ET TRANSVERSE).

entre les constantes du nylon et de l'époxy, matrices des différents cristaux est de 10 %. Il a ainsi été possible de réaliser les échantillons avec des techniques de conception différentes sans changer considérablement les propriétés des constituants du cristal.

### 2.2.1 Structure de bandes théorique

Pour analyser la propagation des ondes ultrasonores au sein de cristaux phononiques, il est plus aisé de réaliser l'étude dans le domaine de Fourier. Tout comme le réseau direct décrit en introduction, le réseau réciproque est à géométrie de maille triangulaire avec une périodicité suivant la direction  $\Gamma X$  égale à  $G_{\Gamma X} = 4\pi/(a\sqrt{3})$ . L'étude des propriétés du cristal peut se limiter au triangle  $\Gamma X J$  dans la première zone de Brillouin.

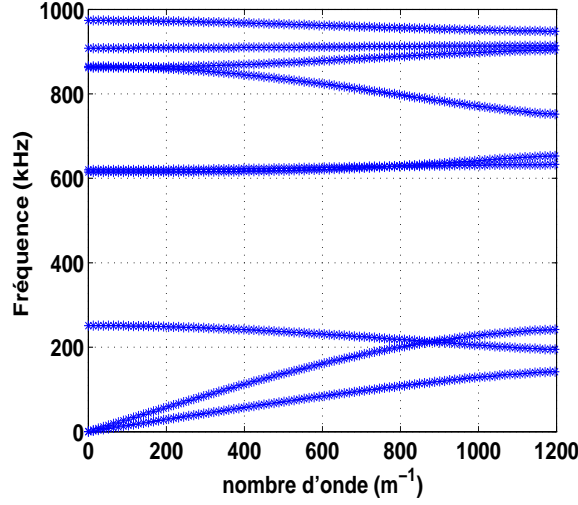
Dans la littérature, selon la méthode de calcul, les structures de bandes sont obtenues avec quelques approximations : réseau périodique infini dans toutes les directions de propagation, réseau avec ou sans pertes. Les méthodes théoriques utilisées dans ce document pour les calculs des structures de bandes et des courbes de transmission théoriques sont la méthode des Éléments Finis [50, 58] et la méthode de décomposition en ondes planes [59].

#### 2.2.1.1 Méthode des Éléments Finis

Pour cette méthode, le cristal phononique est considéré comme infini et périodique dans les directions  $x$  et  $y$ . L'ensemble du réseau est divisé en cellules élémentaires successives, constitué d'un seul cylindre d'acier entouré par la résine époxy. Le maillage de la cellule élémentaire permet de la subdiviser en éléments reliés par les nœuds du maillage. La fréquence angulaire  $\omega$  étant une fonction périodique du vecteur d'onde, le problème est réduit à la première zone de Brillouin. La structure de bandes est calculée en faisant varier le vecteur d'onde dans la première zone de Brillouin pour une direction de propagation donnée. La structure de bandes entière est alors déduite à l'aide des symétries du réseau.

La figure 2.3 présente la courbe de dispersion dans la direction  $\Gamma X$ . Du fait du contraste de densité et de vitesse de propagation entre les différents constituants du cristal phononique, la structure de bandes est calculée en considérant les diffuseurs comme rigides. L'hypothèse d'une onde ultrasonore se propageant uniquement dans la matrice, permet de mailler uniquement la matrice.

Le code de calcul utilisé pour l'étude de la structure de bandes est ATILA<sup>TM</sup>. Le principal avantage de la méthode est de permettre une modélisation d'un système de dimensions finies, ce qui aide à la compréhension des phénomènes ayant lieu au cours



**Figure 2.3** – Courbes de dispersion suivant la direction de propagation  $\Gamma X$  obtenues par la méthode des Éléments Finis : réseau périodique de tiges d'acier de 2 mm de diamètre dans une matrice en résine époxy.

de la propagation dans les cristaux phononiques en tenant compte de la complexité des échantillons.

### 2.2.1.2 Décomposition en ondes planes

La méthode de développement en ondes planes (Plane Wave Expansion, PWE), a été introduite par *Economou* [28] pour le calcul des relations de dispersion des structures périodiques infinies. Elle est notamment utilisée pour des réseaux phononiques d'inclusions solides dans une matrice solide, et peut aussi s'étendre aux matrices fluides. L'équation de propagation dans les solides hétérogènes s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) + \frac{\partial}{\partial x_l} \left( \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_i} \right) \right) + \rho \omega^2 u_i = 0, \quad (2.1)$$

où  $\lambda$  et  $\mu$  sont les modules de compression et de cisaillement du matériau,  $i$  et  $l$  les indices correspondant aux directions de l'espace.  $u_i$  et  $x_i$  sont respectivement le déplacement et la coordonnée cartésienne associés à la direction  $i$  considérée.  $\rho$  et  $\omega$  sont respectivement la masse volumique et la pulsation.

Pour les matériaux présentant une symétrie de translation, *Kushwaha* [23] montre qu'il existe trois solutions pour l'équation 2.1 : deux solutions couplées avec une polarisation

mixte dans le plan de propagation et une troisième solution correspondant à une onde polarisée selon l'axe des diffuseurs. Trouver la solution de l'équation 2.1 revient donc à résoudre deux systèmes distincts. Nous nous intéressons dans cette partie uniquement à la solution mixte dans le plan de propagation.

Les diffuseurs étant considérés rigides, l'onde se propage essentiellement dans la matrice. Cet approximation, aussi effectuée dans le code d'Éléments Finis, est réaliste d'un point de vu physique du fait du coefficient de réflexion important au niveau des diffuseurs.

La périodicité de la structure permet de développer les paramètres du cristal comme une série de Fourier de la forme :

$$\alpha(\mathbf{r}) = \sum_G \alpha_G e^{-j\mathbf{G}\cdot\mathbf{x}}, \quad (2.2)$$

avec  $\alpha = \{\rho, \lambda, \mu\}$ , invariant selon l'axe des diffuseurs, et  $\alpha_G$  dépendant de la forme de la cellule élémentaire.  $\mathbf{r} = (\mathbf{x}, z) = (x, y, z)$ , où  $x, y$  et  $z$  forment la base du réseau direct. La sommation s'étend sur tous les vecteurs du réseau réciproque 2D défini par la relation :

$$\mathbf{G} = G_1 + G_2. \quad (2.3)$$

Les vecteurs de base du réseau réciproque  $G_1$  et  $G_2$  sont construits à partir des vecteurs de base du réseau direct (équation 1.11).

D'après le théorème de Floquet, le champ de déplacement  $u(\mathbf{r})$  de l'onde se propageant dans une structure périodique peut s'écrire comme une série infinie de la forme [59, 60] :

$$u(\mathbf{r}) = e^{-j(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x})} \sum_G u_{k+G} e^{-j\mathbf{G}\cdot\mathbf{x}}, \quad (2.4)$$

avec  $\mathbf{k}$  le vecteur d'onde dans la zone de Brillouin irréductible,  $\mathbf{k} = (k_x, k_y) = (k_1, k_2)$ .

Il est plus simple d'utiliser les variables  $\Lambda$  et  $\tau$  qui sont fonction de la périodicité, elles s'écrivent :

$$\rho(\mathbf{r})c_l^2(\mathbf{r}) = \sum_G \Lambda_G e^{-j\mathbf{G}\cdot\mathbf{x}}, \quad (2.5)$$

$$\rho(\mathbf{r})c_t^2(\mathbf{r}) = \sum_G \tau_G e^{-j\mathbf{G}\cdot\mathbf{x}}, \quad (2.6)$$

En remplaçant les expressions 2.4, 2.2, 2.5 et 2.6 dans l'équation de propagation en milieu périodique (équation 2.1), la relation suivante est établie [23] :

$$\begin{aligned} & \sum_{\mathbf{G}'} [\tau(\mathbf{G} - \mathbf{G}') u_k(\mathbf{G}') (\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot (\mathbf{k} + \mathbf{G}') + \tau(\mathbf{G} - \mathbf{G}') u_k(\mathbf{G}') \cdot (\mathbf{k} + \mathbf{G}) (\mathbf{k} + \mathbf{G}')] \\ & + [\Lambda(\mathbf{G} - \mathbf{G}') - 2\tau(\mathbf{G} - \mathbf{G}')] u_k(\mathbf{G}') \cdot (\mathbf{k} + \mathbf{G}') (\mathbf{k} - \mathbf{G})] \\ & = \omega^2 \sum_{\mathbf{G}'} \rho(\mathbf{G} - \mathbf{G}') u_k(\mathbf{G}'), \quad (2.7) \end{aligned}$$

Le ' est introduit pour différentier les sommes sur les vecteurs du réseau réciproque relatives aux champs de déplacement de celles relatives aux propriétés du matériau. De même la dépendance spatiale du champ de déplacement est éliminée en utilisant les propriétés d'orthogonalité de la base des fonctions trigonométriques, par un changement de variable ( $\mathbf{G}'' = \mathbf{G} + \mathbf{G}'$ ) et ensuite une projection sur la base des fonctions trigonométriques en multipliant par  $e^{j\mathbf{G} \cdot \mathbf{x}}$ .

Sous l'hypothèse que le nombre d'ondes planes prises en compte est suffisant pour assurer la convergence des développements, ce système peut être mis sous la forme d'une équation matricielle. Les sommes sont donc tronquées sur les vecteurs du réseau réciproque, et l'équation 2.7 devient :

$$Mu_k = \omega^2 Nu_k. \quad (2.8)$$

Les fréquences propres du système  $\omega^2(k)$  sont déterminées en effectuant l'inversion de la matrice  $N$  et par le calcul des valeurs propres de la matrice  $N^{-1}M$  pour chaque vecteur de Bloch (voir Annexe A).

Les inclusions solides sont des tiges de section circulaire en acier inoxydable. Elles sont considérées rigides et infinies suivant l'axe perpendiculaire à la direction de propagation. Seules les ondes se propageant dans le plan perpendiculaire aux tiges sont ici considérées, les ondes de polarisations quasi-transversale et quasi-longitudinale [61, 59]. Les structures de bandes présentées dans la suite du manuscrit sont calculées à partir de la PWE, mis en place dans le cadre de la thèse pour l'étude des réseaux périodiques.

Dans un premier temps, l'influence de la périodicité du réseau sur la structure de bandes du cristal phononique 2D en résine époxy est évaluée. Ensuite, le choix de la méthode de conception du cristal phononique est expliqué.

### 2.2.1.3 Structure de bandes en fonction du facteur de remplissage

L'objectif est, à travers différentes configurations, d'optimiser le choix des paramètres géométriques du cristal phononique pour isoler une branche de pente négative correspondant à un mode de polarisation quasi-longitudinale. Les caractéristiques géométriques

Pas du réseau $a$ (mm)	3,5	3,2	2,84	2,7
<b>Facteur de remplissage <math>f_r</math> (%)</b>	29,61	35,42	44,97	49,76

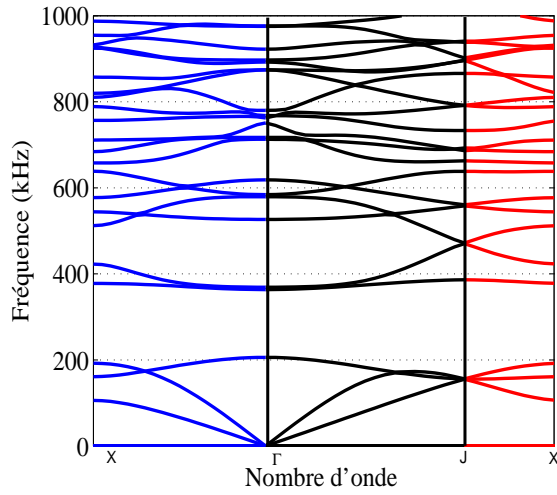
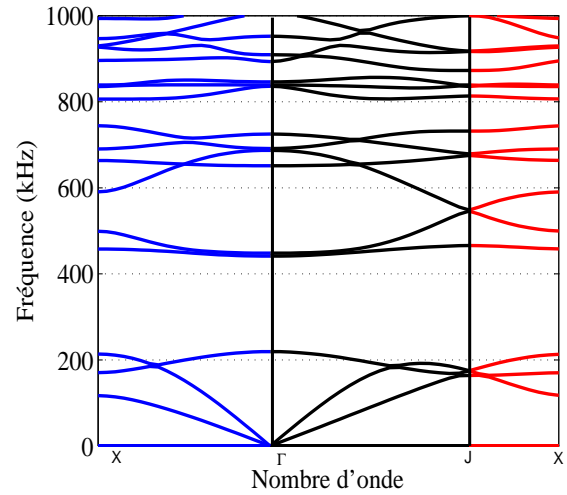
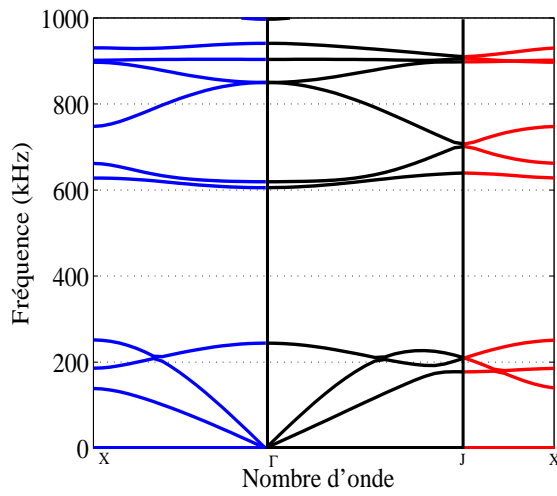
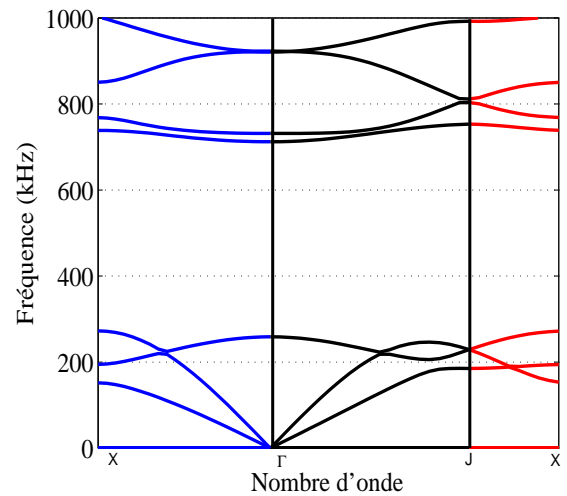
**Tableau 2.2** – PÉRIODICITÉ DU RÉSEAU ET FACTEUR DE REMPLISSAGE.

données dans le tableau 2.2 sont utilisées pour le calcul et la comparaison des structures de bandes. Le pas du réseau diminue progressivement de 3,5 mm à 2,7 mm. Pour notre réseau, les diffuseurs ont un diamètre de 2 mm, ce qui correspond à une augmentation du facteur de remplissage  $f_r$  de 29,61 % à 49,76 %. La figure 2.4 présente les courbes de dispersion du réseau périodique, de 0 à 1 MHz dans la première zone de Brillouin, pour les différents facteurs de remplissage.

Pour les facteurs de remplissage de 29,61 % et 35,42 %, le cristal phononique présente un nombre important de modes dans la bande de fréquences considérée (figure 2.4(a) et 2.4(b)), parmi lesquels plusieurs branches de pentes positives et négatives [62]. Par conséquent, aucune branche isolée ne peut faire l'objet d'une étude expérimentale. La présence d'une bande interdite totale comprise entre 200 et 370 kHz peut être observée. Dans cette gamme de fréquences, aucune vibration ne peut se propager dans le cristal phononique. De l'augmentation du facteur de remplissage résulte un décalage des modes vers les hautes fréquences, entraînant un élargissement de la bande interdite figure 2.4(c) et 2.4(d)). Pour  $a = 2,84$  mm, la structure de bandes présente une branche à pente négative centrée autour de 800 kHz (figure 2.4(c)). La gamme de fréquences sur laquelle elle s'étend diminue à mesure qu'augmente le facteur de remplissage (figure 2.4(d)). Notons que pour un facteur de remplissage de 49,76 %, la bande interdite couvre un large spectre. Des études ont tiré parti de cette configuration pour le filtrage et le guidage des ondes de volume [25, 44].

Pour  $f_r = 44,97$  % (figure 2.4(c)), une branche à pente négative est isolée dans la gamme de fréquences allant de 749 à 866 kHz, ce qui permet de ne pouvoir exciter que cette branche avec un transducteur piézoélectrique. Finalement, le cristal phononique



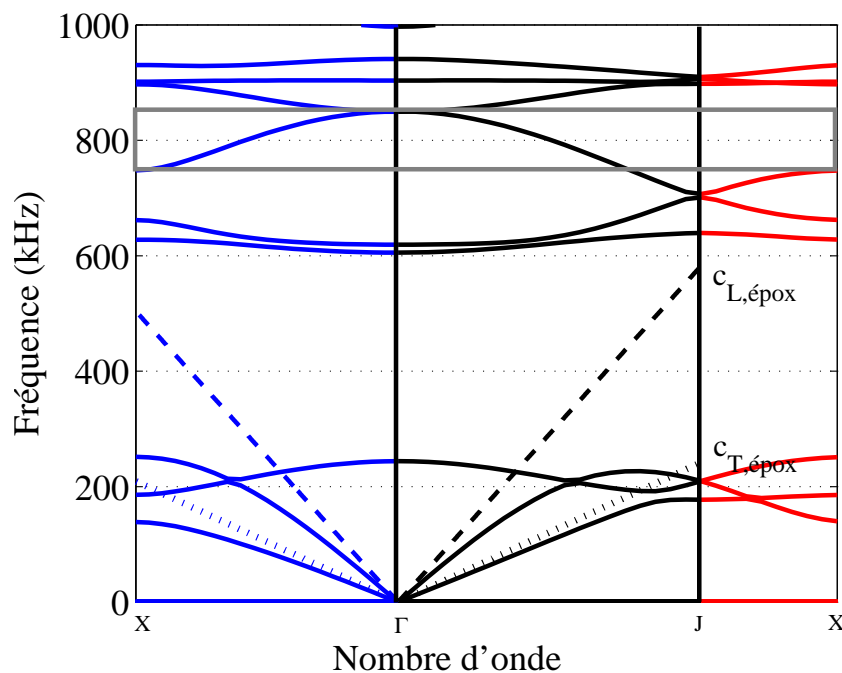
(a)  $f_r = 29,61 \%$ , ( $a = 3,50 \text{ mm}$ )(b)  $f_r = 35,42 \%$ , ( $a = 3,20 \text{ mm}$ )(c)  $f_r = 44,97 \%$ , ( $a = 2,84 \text{ mm}$ )(d)  $f_r = 49,76 \%$ , ( $a = 2,70 \text{ mm}$ )

**Figure 2.4** – Structures de bandes du cristal phononique en fonction du facteur de remplissage pour des tiges d'acier de 2 mm de diamètre. Calcul effectué à partir de la méthode de développement en ondes planes.

solide à matrice en résine époxy étudié dans la suite du document possèdera les caractéristiques suivantes : arrangement triangulaire de tiges d'acier inoxydable de diamètre égal à 2 mm espacées, de  $a = 2,84$  mm, soit un facteur de remplissage de 44,97 %. La taille et la géométrie des diffuseurs ainsi que la symétrie de la maille ont une influence sur la structure de bandes mais ne font pas ici l'objet d'études paramétriques.

#### 2.2.1.4 Propriétés de la structure périodique

La figure 2.5 présente les courbes de dispersion dans la zone de Brillouin irréductible  $\Gamma XJ$  du cristal précédemment défini. La propagation a lieu dans le plan perpendiculaire



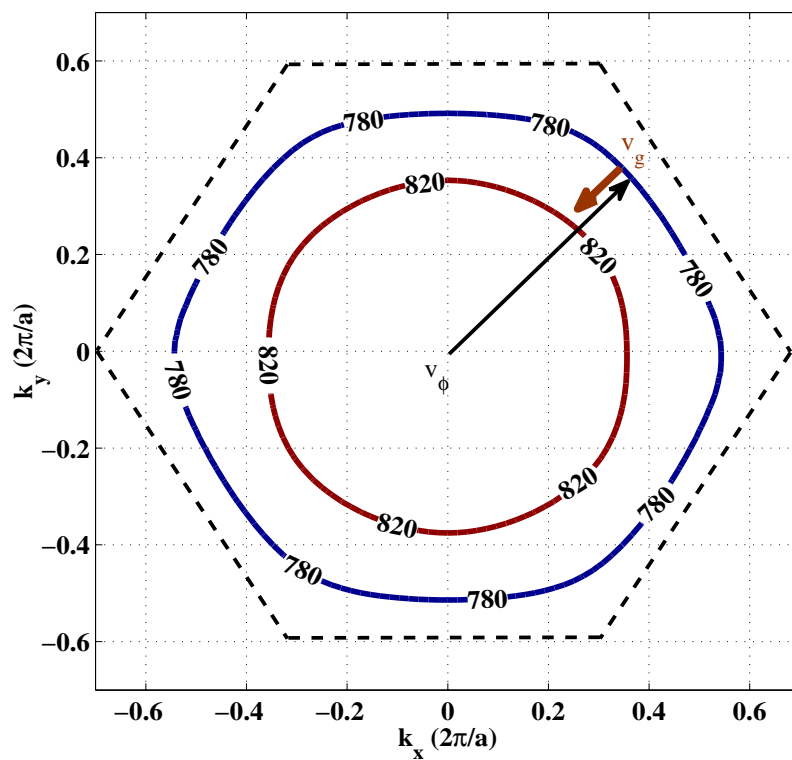
**Figure 2.5** – Structure de bandes du cristal phononique retenu : maille triangulaire de pas  $a = 2,84$  mm, cylindres d'acier (diamètre 2 mm) dans une résine époxy.

à l'axe des tiges. Les deux premières branches issues du point  $\Gamma$  correspondent respectivement à des ondes à polarisation quasi-transversale et quasi-longitudinale. En basses fréquences, elles sont très proches de celles que décrivent les nombres d'ondes des ondes transversale  $k_{T,epox}$  (pointillés) et longitudinale  $k_{L,epox}$  (en tirets) se propageant dans de l'époxy. Pour ces deux branches à suffisamment basses fréquences, les ondes transversale

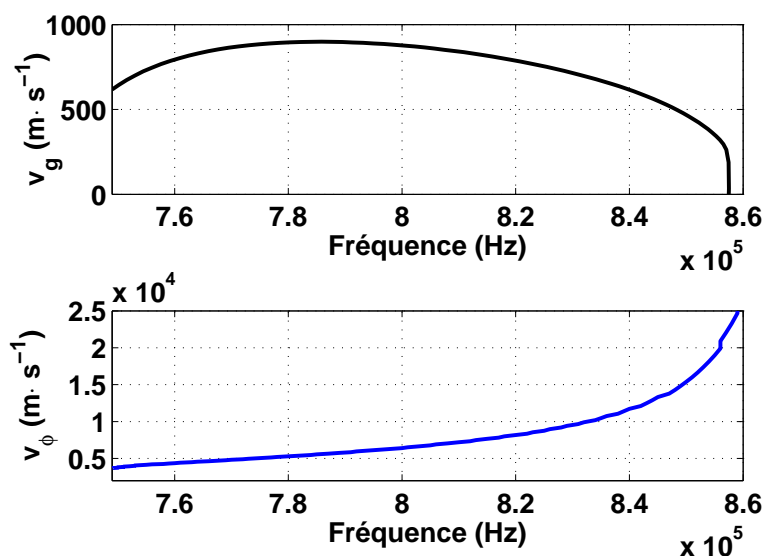
et longitudinale se comportent dans le réseau comme dans un milieu élastique effectif : leur vitesse de groupe possède la même direction que le vecteur d'onde. Vers les points de haute symétrie  $X$  et  $J$ , les pentes des deux branches s'infléchissent et la vitesse de groupe tend vers une valeur nulle ou négative. Dans le dernier cas, elle est donc de signe opposé à la vitesse de phase qui elle, reste positive. Une bande dite *partielle*, interdite aux vibrations transverses dans le plan est observable entre 140 et 190 kHz suivant la direction  $\Gamma X$ . Juste au dessus de cette gamme de fréquences, il existe une branche à pente négative dans les directions principales de propagation  $\Gamma X$  et  $\Gamma J$ . Elle correspond à un repliement du mode polarisé transversalement. Cette branche a été étudiée pour un cristal phononique constitué d'inclusions d'air dans un bloc d'aluminium [50, 51]. La structure de bandes montre ensuite une bande interdite complète pour tout type de polarisation entre 260 et 600 kHz. Au dessus, la zone grisée met en évidence une bande isolée à pente négative allant de 749 à 866 kHz. Elle correspond à un mode de polarisation à dominante longitudinale. Cette branche étant unique dans cette gamme de fréquences, elle convient à notre étude. Ce mode est le repliement dans le plan complexe, du mode quasi-longitudinal issu du point  $\Gamma$  [48].

La figure 2.6 présente les surfaces équi-fréquences (EFS) du cristal phononique à 780 kHz (en rouge) et 820 kHz (en bleu). Dans la bande de réfraction négative, le rayon des EFS diminue quand la fréquence augmente. Ainsi, le vecteur d'onde est antiparallèle au vecteur vitesse de groupe, ce dernier étant perpendiculaire à la tangente à l'EFS et pointant dans le sens des fréquences croissantes. De plus, les EFS sont circulaires impliquant que, à fréquence fixe, le nombre d'onde est constant quelle que soit la direction de propagation dans le cristal phononique.

Une lentille solide avec les paramètres ci-cités présente donc, dans sa structure de bandes, des branches de dispersion à pente négative aux surfaces équi-fréquences circulaires. Ces propriétés conduisent à une focalisation à travers la lentille. Cependant, pour un accord d'indice avec le milieu extérieur, la vitesse de phase dans le cristal doit être de l'ordre de la vitesse dans l'eau. À contrario, la focalisation ne peut se faire en un point unique en sortie de la lentille. Dans le cristal considéré, la vitesse de groupe augmente de 350 à 940 m·s<sup>-1</sup>. Elle est donc inférieure à celle des ondes de volume se propageant dans la matrice solide seule. La vitesse de phase qui est de 3000 m·s<sup>-1</sup> à 750 kHz croît,



**Figure 2.6** – Surface des lenteurs du cristal phononique à 780 kHz (en rouge) et à 820 kHz (en bleu) dans la bande de réfraction négative.



**Figure 2.7** – *Vitesse de groupe et vitesse de phase en fonction de la fréquence dans la bande de réfraction négative.*

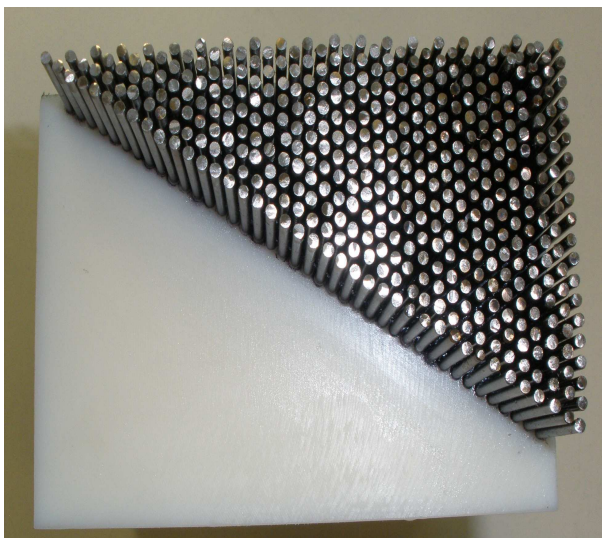
elle, très rapidement avec la fréquence pour atteindre une valeur de  $24000 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  à  $860 \text{ kHz}$  (figure 2.7). Elle est donc très supérieure aux vitesses des ondes longitudinale ( $2480 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) et transversale ( $1030 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) pouvant se propager dans la matrice. Ceci conduira à des difficultés lors de la reconstruction de champs acoustiques à travers le cristal.

## 2.2.2 Réalisation des cristaux à matrices et inclusions solides

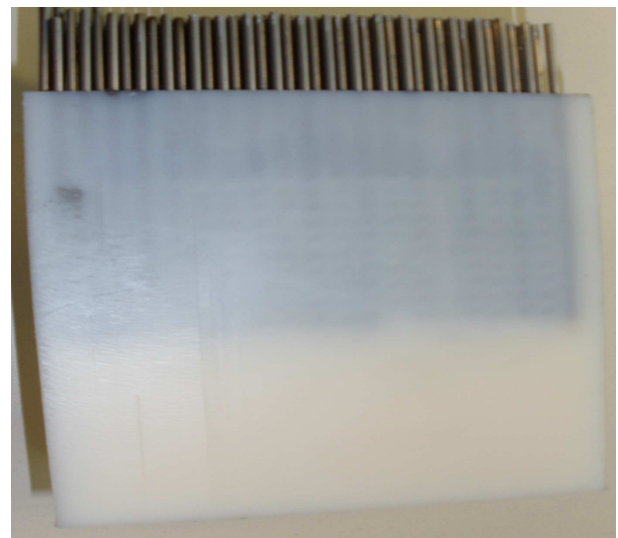
Deux cristaux solides de forme prismatique ont été réalisés au cours de cette étude. Dans les deux cas, les diffuseurs sont des tiges d'acier inoxydable. La matrice est réalisée dans un cas en nylon et dans l'autre en résine époxy. Les dimensions millimétriques des inclusions permettent une réalisation aisée des échantillons et ne nécessitent pas, comme nous le verrons par la suite, de mettre en œuvre des techniques de dépôt (croissance) ou encore de gravure réservées aux domaines des micro-systèmes [54, 63, 64].

### 2.2.2.1 Cristal à matrice nylon

Un réseau de trous cylindriques de 2 mm de diamètre et de 60 mm de profondeur est effectué à l'aide d'une machine à commande numérique avec une précision micrométrique dans un bloc parallélépipédique en nylon. Le réseau, en tout constitué de 420 trous, épouse la forme d'un prisme de 40 trous à la base et 20 trous sur la hauteur du prisme. Les tiges d'acier, préalablement imbibées dans du gel de couplage, sont ensuite enfoncées de force dans les trous. Il en résulte un cristal phononique prismatique à matrice nylon et des diffuseurs en acier inoxydable. Les photos de l'échantillon sont présentées à la figure 2.8.



(a) Vue de dessus



(b) Vue de profil

**Figure 2.8** – *Cristal phononique prismatique à matrice nylon.*

La hauteur du cristal, 60 mm, est suffisante pour négliger les effets liés à la dimension du faisceau incident. Ainsi, le cristal est considéré comme une structure à deux dimensions, dans le plan normal aux tiges.

### 2.2.2.2 Cristal à matrice en résine époxy solidifiée

La réalisation du cristal à matrice en résine époxy s'est faite en collaboration avec l'équipe « Matériaux Composites » de l'IUT du Havre. Cette équipe dispose d'un atelier de solidification sous vide. Les différentes étapes de réalisation du cristal sont les suivantes :

- La première étape consiste à effectuer un réseau de trous de 2 mm de diamètre sur deux plaques rectangulaires en PVC, la base du prisme et la plaque supérieure. La plaque de base, percée à moitié permet d'encastrer les tiges à une extrémité. La plaque supérieure est percée de trous à travers lesquels les tiges sont enfilées. Les deux plaques ont été simultanément percées à l'aide d'une machine à commande numérique afin de maintenir constant l'écart entre deux tiges voisines. Les tiges de longueur 90 mm ont ensuite été disposées dans le réseau de trous et maintenues entre les deux plaques de PVC (figure 2.9(a)).
- La seconde étape consiste à placer le réseau sous vide. Une boîte étanche ayant une partie supérieure percée d'un trou est remplie du mélange durcisseur et résine (figure 2.9(b)). Le mélange est versé avec précaution à l'aide d'un entonnoir de manière à minimiser la formation de bulles lors du remplissage de la boîte.
- La solidification sous vide a lieu à 1 atm sur une durée de 24 h afin de permettre aux bulles d'air restant entre les tiges de remonter à la surface durant la phase de solidification de la résine. Pour finir, l'échantillon est porté à une température de 60 °C dans une étuve pendant 19 h afin d'assurer l'adhésion et la solidification complète de la résine.



(a) Réseau de diffuseurs

(b) Boîte sous vide

(c) Bloc parallélépipédique

**Figure 2.9** – *Les différentes étapes de fabrication du cristal phononique.*

En plus de réduire la formation de bulles d'air autour des tiges d'acier, cette méthode de fabrication permet d'assurer un bon couplage entre les diffuseurs et la matrice. Le

cristal prismatique ainsi obtenu est inclus dans un bloc parallélépipédique en résine époxy solidifiée de dimensions 105 mm \* 69 mm \* 60 mm (figure 2.9(c)).

## 2.3 Réfraction à l'interface entre le cristal phononique et un milieu extérieur solide

### 2.3.1 Dispositif expérimental

Le dispositif permettant l'étude expérimentale de la réfraction négative d'une onde à polarisation longitudinale à travers le cristal phononique est présenté à la figure 2.10, sous forme de chaîne d'acquisition. Cette dernière est constituée d'un étage émetteur, d'un étage récepteur et d'un étage central de pilotage et d'enregistrement.

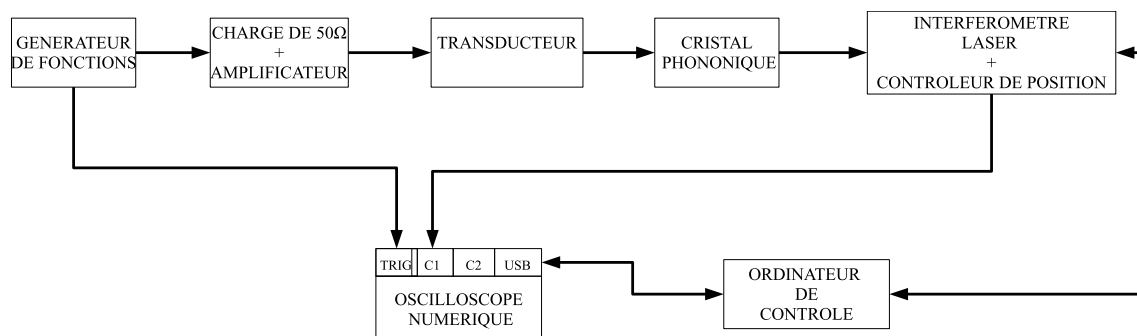


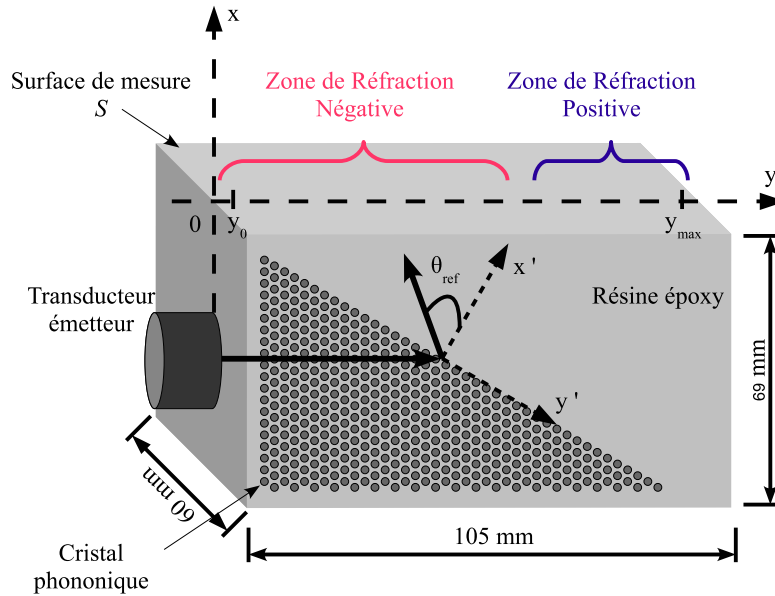
Figure 2.10 – Chaîne de mesure.

#### 2.3.1.1 L'étage d'émission

L'étage émetteur est constitué des trois premiers blocs sur la figure 2.10. L'excitation, un signal sinusoïdal de 10 périodes et de 100 mV d'amplitude, est générée à l'aide d'un générateur basse fréquence (GBF) AGILENT 33250A<sup>TM</sup>. Ce signal est amplifié par un amplificateur de modèle ENI-240-L-RF à 50 dB. Ceci permet d'obtenir un signal de sortie de 30 V en charge sur une impédance de 50 Ω. L'étude est réalisée à la fréquence 780 kHz, dans la bande de réfraction négative. L'émetteur est un transducteur piézoélectrique



(PANAMETRICS<sup>TM</sup>) à ondes longitudinales de 25,4 mm de diamètre (voir Annexe B). La fréquence centrale du transducteur est 500 kHz. Maintenu en contact avec le bloc d'époxy, ce transducteur permet de générer une onde plane longitudinale dans le cristal (figure 2.11). Un gel de couplage assure la transmission des ondes entre le transducteur et le bloc d'époxy. L'onde ultrasonore émise par le transducteur traverse d'abord une épaisseur de résine époxy de 2,5 mm avant d'atteindre la première interface du cristal phononique sous l'incidence normale. L'onde transmise dans le cristal atteint ensuite la seconde interface sous une incidence de  $60^\circ$  par rapport à la normale à cette interface, et se réfracte dans la résine époxy.



**Figure 2.11** – Schéma de principe pour l'émission, la propagation et la réception de l'onde ultrasonore longitudinale transmise à travers le cristal phononique à matrice solide.

### 2.3.1.2 L'étape de réception

Le champ de déplacement normal est mesuré sur la surface  $S$  du bloc parallélépipédique à l'aide d'un interféromètre laser POLYTEC OFV-5000<sup>TM</sup> [65]. Afin de réaliser des mesures ponctuelles régulières le long de l'axe  $y$  (figure 2.11), le laser de détection est piloté horizontalement en translation et l'acquisition est effectuée tous les 0,2 mm. Ce principe de mesure repose sur la modulation du faisceau laser lors de sa réflexion sur la

surface de mesure en mouvement. En effet, la vitesse de déplacement normal de la surface génère une modulation de fréquence, par effet Doppler, de la lumière émise par le laser. Le démodulateur utilisé est le VD-02, un décodeur utilisable pour des fréquences inférieures ou égales à 1,5 MHz. La mesure de la vitesse de vibration par le détecteur laser se fait en comparant le signal réfléchi à un signal de référence émis par le laser. Une tension proportionnelle à la composante normale de la vitesse de la surface est alors délivrée. La sensibilité est de  $25 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{V}^{-1}$ . La vitesse des particules est de l'ordre du  $\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$ . Après intégration de la vitesse particulaire, la tension de sortie du laser de détection est proportionnelle à l'amplitude de la composante du déplacement. Une bande réfléchissante collée le long de l'axe de mesure permet d'assurer une bonne réflectivité de la surface, et donc un rapport signal sur bruit satisfaisant.

### 2.3.1.3 Pilotage et enregistrement

Le dispositif expérimental est constitué d'un oscilloscope numérique YOKOGAWA <sup>TM</sup> permettant de coder les signaux sur 10 bits et de visualiser le signal reçu à chaque point de mesure. Une moyenne sur 200 signaux successifs est effectuée et le signal résultant est enregistré sur un ordinateur qui assure également le pilotage de l'oscilloscope et la translation du moteur de l'interféromètre (figure 2.10). Les différentes entités du montage sont reliées par des connectiques de norme IEEE. Un signal de type  $s(t)$  est mesuré pour chaque position  $y$  le long de l'axe de mesure sur la surface  $S$ . Les signaux mesurés sont ensuite analysés à l'aide du logiciel de traitement de données MATLAB<sup>TM</sup> selon le principe de traitement présenté à la section suivante.

### 2.3.1.4 Traitement et analyse des signaux

Les signaux électriques obtenus sont essentiellement analysés et exploités selon le descriptif présenté dans cette partie.

Soit  $s(t)$  le signal temporel mesuré en réception. L'oscilloscope permet un codage du signal sous la forme d'une matrice à 2 colonnes (temps, amplitude) et  $N$  lignes,  $N$  étant le nombre de points du signal. L'analyse directe de ce signal permet dans certains cas d'esti-

---

mer la vitesse de propagation par mesure de temps de vol, et peut fournir une évaluation de son amplitude autour de la fréquence centrale en excitation harmonique. Cependant, il est souvent plus pertinent d'effectuer l'analyse des signaux dans le domaine de Fourier. Ainsi une transformée de Fourier directe est effectuée sur le signal  $s(t)$  :

$$s(t) \Longrightarrow S(f).$$

$S(f)$  est la transformée de Fourier directe du signal temporel  $s(t)$ , et permet une représentation et une analyse spectrale du signal. Le module de  $S(f)$  est proportionnel au champ de déplacement de l'onde, permettant ainsi de déterminer le coefficient de transmission et l'amortissement de l'onde à travers le milieu de propagation.

Quand l'acquisition des signaux se fait en fonction de la position, le signal spatio-temporel s'écrit  $s(y, t)$  et le traitement des signaux se fait de la façon suivante :

$$s(y, t) \Longrightarrow S(y, f) \Longrightarrow \mathbf{S}(k_y, f),$$

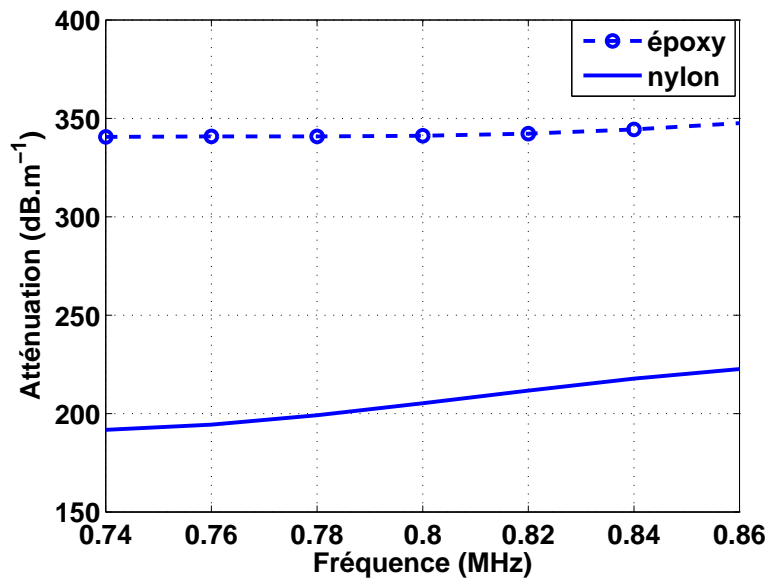
où  $S(y, f)$  est la transformée de Fourier en temps de  $s(y, t)$ , et  $\mathbf{S}(k_y, f)$  est la double transformée de Fourier du signal  $s(y, t)$ , en temps et en espace. Ces deux méthodes d'analyse des données permettent une représentation spatio-temporelle  $(y, t)$ , spatio-fréquentielle  $(y, f)$  et dans le domaine de Fourier, espace nombre d'onde/fréquence  $(k_y, f)$ . Ce traitement peut aussi se faire dans le cas où l'acquisition des signaux se fait dans un plan ; par exemple dans le plan de propagation  $xy$  le signal  $s$  est une fonction de  $(x, y, t)$ , et l'analyse peut se faire dans l'espace de Fourier  $(k_x, k_y, f)$ .

### 2.3.2 Réfraction à une interface solide sous une incidence de $60^\circ$

Les deux prismes réalisés ont des caractéristiques similaires : paramètre de maille, géométrie de réseau et dimensions. Ils sont respectivement inclus dans un bloc parallélépipédique de même nature que la matrice. Les constantes des matrices étant très proches (tableau 3.1), les deux cristaux présentent des structures de bandes similaires. Le but est ici d'analyser l'influence du contact (couplage) entre la matrice et les diffuseurs sur les

propriétés du cristal phononique.

L'atténuation mesurée dans les différentes matrices en fonction de la fréquence dans



**Figure 2.12** – Atténuation à travers les matrices : matrice époxy (pointillés) et matrice nylon (trait plein).

la bande de réfraction négative est donnée à la figure 2.12. Les mesures ont été effectuées dans le nylon et la résine époxy. L'atténuation dans la résine époxy est supérieure à celle du nylon, à 780 kHz, la différence entre les deux valeurs d'atténuation étant de 0,16 dB·mm<sup>-1</sup>. Cependant, l'atténuation dans ces deux matrices est importante comparée à l'atténuation dans l'eau à 1 MHz ( $\approx 0,25 \cdot 10^{-3}$  dB·mm<sup>-1</sup>) [49].

### 2.3.2.1 Influence du contact entre la matrice et les diffuseurs solides

La bande de réfraction négative est théoriquement identifiée dans l'intervalle fréquentiel 739 kHz - 860 kHz pour le cristal en nylon et 749 kHz - 866 kHz pour le cristal en résine époxy. Expérimentalement, le champ associé à l'onde réfractée conduit à un facteur 10 entre l'amplitude des signaux transmis à travers le bloc parallélépipédique en résine époxy et celle des signaux s'étant propagés à travers le bloc de nylon. Ainsi les pertes dans le cristal phononique en nylon sont supérieures à celles dans le cristal en résine époxy. Celles-ci sont liées à la propagation dans le cristal, en effet les deux matrices

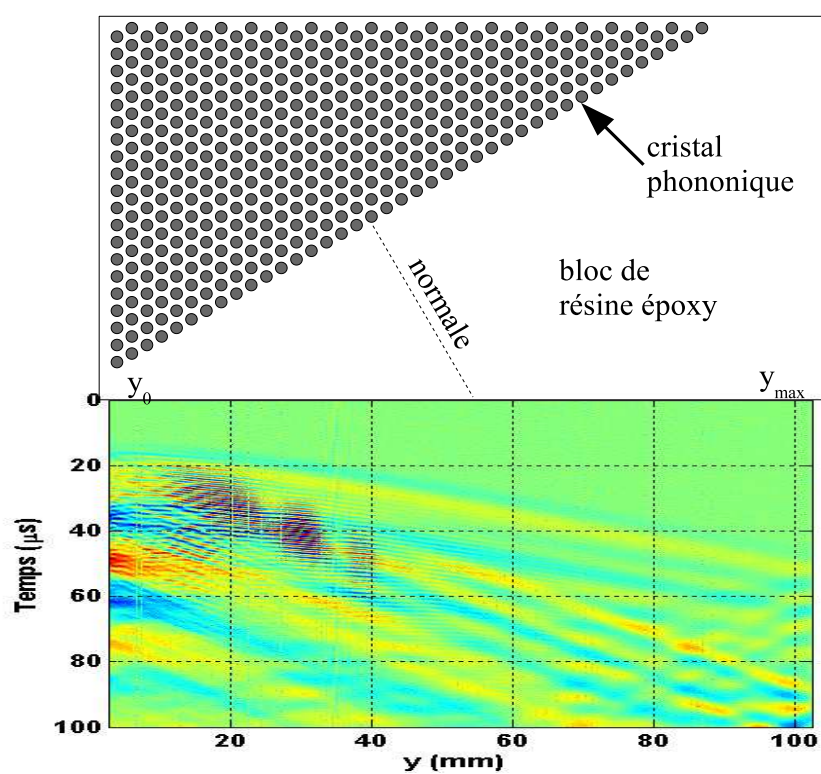
présentent des propriétés similaires et une atténuation inférieure dans le nylon, seules les techniques de fabrication diffèrent.

Le couplage entre la matrice et les diffuseurs est essentiel pour l'étude de la réfraction négative. Dans la gamme de longueurs d'ondes de l'ordre de la taille des diffuseurs, les ondes se propagent essentiellement dans la matrice du cristal phononique en empruntant des trajets multiples dus à la diffusion au niveau des inclusions solides. Ainsi des défauts de contacts sont probablement à l'origine des conditions limites différentes de celles prises en compte dans la modélisation, et entraînent des résultats pas satisfaisants. Un meilleur couplage entre la matrice et les diffuseurs solides s'obtient avec le second procédé de fabrication (Paragraphe 2.2.2.2). Par conséquent, pour la suite de l'étude, nous nous intéressons uniquement au cristal dont la matrice est en résine époxy.

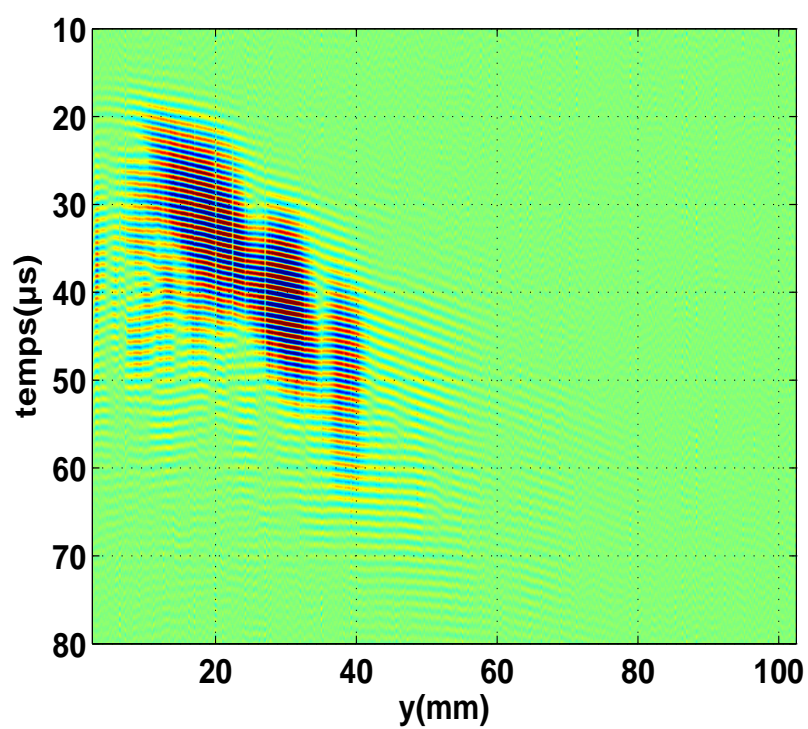
### 2.3.2.2 Propriétés du champ réfracté à travers le cristal phononique

Sur la figure 2.13 sont représentés les signaux temporels en sortie du bloc d'époxy en fonction du temps et de la position le long de l'axe de mesure. La mesure est effectuée de la position  $y_0 = 2,5$  mm à la position  $y_{max} = 102,5$  mm par pas de 0,2 mm (figure 2.11). Sur la représentation spatio-temporelle, le signal émergeant du cristal est essentiellement localisé dans un intervalle allant de 5 à 50 mm suivant l'axe  $y$ . Cet intervalle spatial correspond à la zone de réfraction négative identifiée sur la figure 2.11. Comparé au signal en sortie de l'étage d'émission, le signal à la sortie du cristal est atténué de plus de 140 dB, avec une amplitude maximale de 25 mV. Cette atténuation est due en partie aux pertes dans la résine époxy et à la différence d'impédance entre cette dernière et le cristal phononique. À noter aussi une forte réflexion au niveau des interfaces d'entrée et de sortie du cristal. L'identification des différentes ondes s'effectue ensuite par un traitement des signaux dans le domaine de Fourier. Un filtrage est mis en œuvre pour isoler les intervalles fréquentiels intéressants. La présence de composantes basses fréquences dans le signal s'explique par la présence des transitoires temporels de début et de fin d'excitation.

La figure 2.14 représente la cartographie spatio-temporelle des signaux correspondant uniquement à la bande de fréquences de réfraction négative. Une transformée de Fourier 2D est ensuite effectuée sur la partie du signal située entre 5 à 50 mm. Cette représentation donne lieu à une cartographie fréquentielle, domaine fréquence - nombre d'onde (figure



**Figure 2.13** – Représentation spatio-temporelle des signaux mesurés à la surface  $S$  du bloc de résine époxy.



**Figure 2.14** – *Représentation spatio-temporelle des signaux filtrés dans la bande de fréquences  $[739 - 860]$  kHz.*

---

2.15(a)). Deux maxima d'amplitude du champ de déplacement peuvent être distingués. La figure 2.15(b) représente l'amplitude des ondes réfractées en fonction de la composante tangentielle du vecteur d'onde ( $k_y$ ) à la fréquence 780 kHz. Les maxima d'amplitude se trouvent du côté des vecteurs d'onde à composantes tangentielles négatives. De plus, le profil d'amplitude du champ mesuré à la surface  $S$  montre l'existence de deux maxima correspondant respectivement à l'onde transverse (trait en magenta) et l'onde longitudinale (trait en rouge). Pour les identifier, il a été fait appel à la loi de Snell-Descartes qui décrit géométriquement la trajectoire de l'onde ultrasonore aux interfaces entre le cristal phononique et la résine époxy. Imposant la conservation de la composante du vecteur d'onde à l'interface :

$$k_{cp} \sin \theta_i = k_{ep,m} \sin \theta_{r,m}, \quad (2.9)$$

avec  $k_{cp}$  le nombre d'onde dans le cristal phononique,  $\theta_i$  l'angle d'incidence et  $k_{ep,m}$  les nombres d'onde dans la résine époxy.  $m$  est l'indice correspondant à la polarisation de l'onde dans la résine, longitudinale ( $L$ ) ou transversale ( $T$ ).  $\theta_{r,m}$  est l'angle de réfraction associé. Cette écriture de la loi de Snell-Descartes prend en compte la conversion de mode à l'interface entre le cristal phononique et le milieu solide extérieur.

Le dispositif expérimental (selon le plan  $xy$ ) est incliné d'un angle de  $\frac{\pi}{6}$  par rapport au plan  $x'y'$  (figure 2.11). La composante tangentielle s'écrit alors :

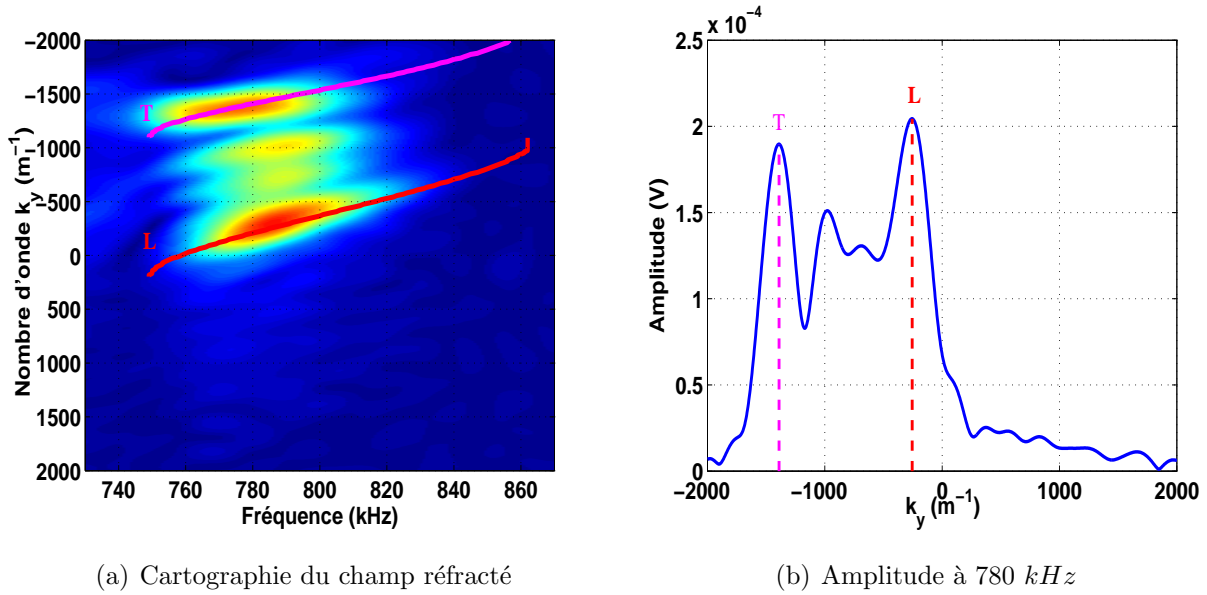
$$k_{y,m}(f) = (2\pi f / c_{ep,m}) \sin(\theta_{r,m} + \frac{\pi}{6}), \quad (2.10)$$

avec  $f$  la fréquence et  $c_{ep,m}$  la vitesse de l'onde élastique dans la résine époxy.

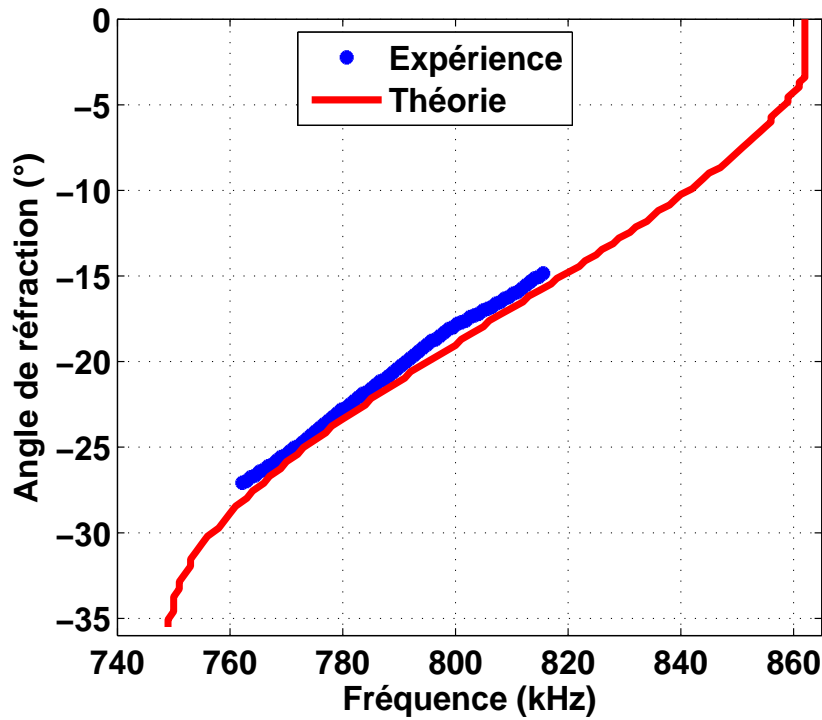
Pour une comparaison avec les résultats théoriques, les couples  $k_y - f$  correspondant à l'onde longitudinale sont extraits du graphe 2.15(a). L'angle de réfraction expérimental, déterminé à partir de la relation 2.10, est comparé à l'évolution théorique de l'angle de réfraction en fonction de la fréquence (figure 2.16). Les valeurs théoriques sont obtenues à partir de la loi de Snell-Descartes (équation 2.9) dans laquelle sont utilisées les valeurs de  $k_{cp}$  issues des courbes de dispersion (figure 2.5). À titre d'exemple, notons que le nombre d'onde théorique issu de la structure de bandes est de  $926,1 \text{ m}^{-1}$  à la fréquence 780 kHz. L'indice effectif théorique donné par le rapport du nombre d'onde de l'eau sur celui du cristal phononique, est  $n_{eff} = -0,47$  [56].

Dans la bande passante du transducteur, les angles de réfraction théoriques et expéri-





**Figure 2.15** – Ondes réfractées à travers le cristal phononique dans le domaine de Fourier : (a) amplitude de l'onde en fonction de  $k_y$  et  $f$  ; (b) amplitude en fonction de la composante tangentielle du vecteur d'onde à 780 kHz.

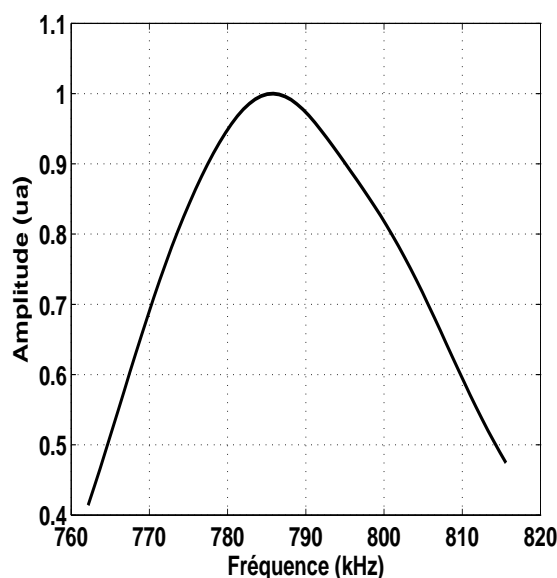


**Figure 2.16** – Angle de réfraction en fonction de la fréquence ( $m \equiv L$ ) : théorie et expérience.

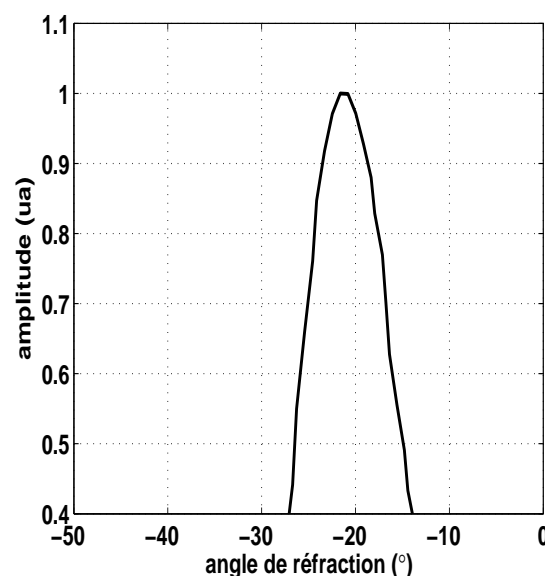
mentaux montrent que le maximum d'amplitude identifié correspond à l'onde longitudinale réfractée dans la résine époxy. Un bon accord est obtenu entre les angles de réfraction théoriques et expérimentaux. L'erreur relative à 780 kHz entre la théorie et l'expérience est de 2,5 % (valeur théorique  $-23,42^\circ$  et valeur expérimentale  $-22,84^\circ$ ), validant l'hypothèse qu'il n'était pas nécessaire de prendre en compte les pertes dans le cristal pour le calcul de la structure de bandes. De plus la figure 2.16 montre que l'angle de réfraction diminue quand la fréquence augmente. Cette propriété est directement liée à la diminution du rayon des surfaces équi-fréquences avec l'augmentation de la fréquence dans la bande de réfraction négative (figure 2.6).

La figure 2.17(a) présente l'évolution de l'amplitude normalisée (normalisation par rapport à l'amplitude maximale transmise à travers le prisme) de l'onde réfractée dans la branche de réfraction négative en fonction de la fréquence. Elle atteint une valeur maximale à la fréquence de 788 kHz correspondant à la plus grande vitesse de groupe obtenue dans cette bande fréquentielle :  $940 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Ce maximum d'amplitude est identifié dans une étroite de fréquences où la vitesse de groupe est constante.

La figure 2.17(b) représente l'évolution de l'amplitude normalisée de la composante



(a) Amplitude en fonction de la fréquence.



(b) Amplitude en fonction de l'angle de réfraction.

**Figure 2.17** – Amplitude normalisée de l'onde réfractée (a) en fonction de la fréquence et (b) de l'angle de réfraction.

longitudinale de l'onde réfractée en fonction de l'angle de réfraction. La normalisation est effectuée à l'aide de l'amplitude maximale mesurée. Les angles sont déterminés à partir de la composante tangentielle du vecteur d'onde réfracté. Pris par rapport à la normale à l'interface ( $\theta = 0$ ), les angles de réfraction sont négatifs et l'amplitude varie sur une plage angulaire comprise entre  $-27^\circ$  à  $-13^\circ$ .

La même analyse peut être faite sur le maximum d'amplitude correspondant à l'onde transverse dans la résine époxy (cf Annexe C).

Une onde de polarisation quasi-longitudinale se propageant dans le cristal phononique solide, et incidente sur l'interface avec un milieu solide, se convertit en deux ondes de polarisations longitudinale et transverse. En théorie, il existe plusieurs modes de Bloch pouvant être couplés à ces deux ondes. Cependant dans la pratique, seul la réfraction du mode de Bloch  $n = 0$  est observée. La réfraction des autres modes pouvant être couplés au milieu extérieur n'est pas détectée, ceci peut être dû à la forte atténuation dans la résine époxy. Les amplitudes correspondant à l'onde **L** et **T** dans la résine sont de plus du même ordre de grandeur (figure 2.15(b)). Cette répartition énergétique ne permet pas d'obtenir l'effet superlentille [11]. Il est pour cela nécessaire de favoriser le transfert de l'énergie vers une seule des polarisations, en l'occurrence la polarisation longitudinale. La section suivante présente des résultats concernant la réfraction des ondes se propageant dans le cristal phononique au sein d'un milieu fluide.

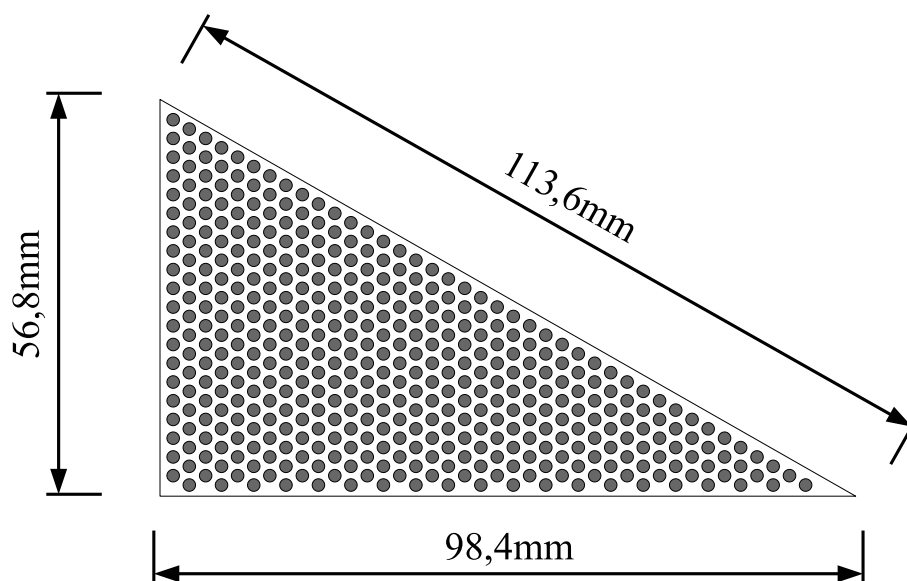
## 2.4 Réfraction négative à l'interface entre le cristal phononique et l'eau

Le cristal phononique est à présent immergé dans l'eau, et l'étude porte sur la réfraction à l'interface entre le cristal phononique et l'eau. La vitesse des ondes dans l'eau étant plus faible que celle de l'époxy, il est théoriquement possible d'exciter un nombre plus important de modes de Bloch dans le cristal. En plus du désaccord d'indice, le cristal phononique présente une rupture d'impédance considérable par rapport à l'eau, accroissant la difficulté de réaliser des images à l'aide de ce cristal phononique. Dans la présente partie, la propagation d'une onde longitudinale dans l'ensemble des modes est étudiée.

---

### 2.4.1 Dispositif expérimental

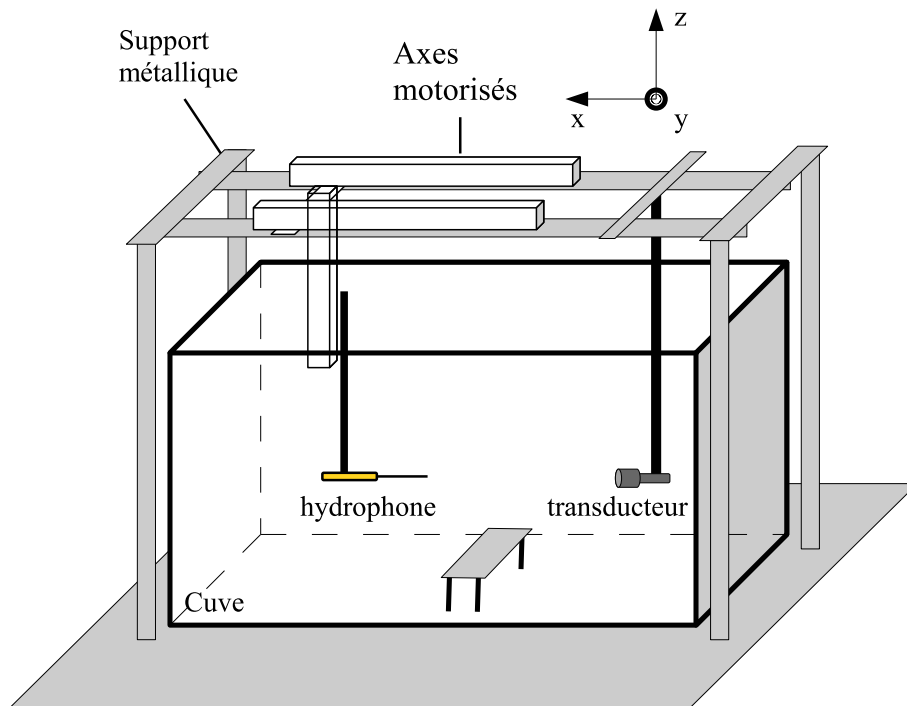
Le cristal phononique décrit à la section 2.2.2.2 est à présent séparé du bloc parallélépipédique de résine époxy. Pour ce faire, un usinage minutieux est réalisé afin d'obtenir une interface plane régulière entre le cristal et l'eau. Les dimensions du prisme sont indiquées sur la figure 2.18, et les constantes des matériaux sont celles du tableau 3.1.



**Figure 2.18** – *Dimensions du cristal phononique prismatique.*

Les expériences décrites dans cette partie sont effectuées dans des cuves remplies d'eau et ont donc nécessité des transducteurs à immersion (cf Annexe B) ainsi qu'un hydrophone pouvant être utilisés comme émetteurs et récepteurs en milieu fluide. La première raison du choix de l'eau comme milieu de propagation est liée au savoir faire au sein l'Équipe Caractérisation Ultrasonore et Piézoélectricité de Blois dans le domaine de la caractérisation des matériaux immergés. La seconde raison est motivée par la faible atténuation des ondes ultrasonores dans l'eau, ce dernier assurant naturellement un bon couplage avec le matériau étudié.

Les expériences ont été menées dans une cuve en polychlorure de vinyle ou chlorure de polyvinyle (PVC) de 1200 mm × 800 mm × 600 mm. Les dimensions sont telles que les expériences peuvent se faire aussi bien en champ lointain qu'en champ proche pour l'émetteur et le récepteur. Par ailleurs les temps de propagation correspondants aux réflexions au



**Figure 2.19** – *Dispositif expérimental.*

niveau des parois de la cuve sont très élevés par rapport aux signaux directement propagés à travers les échantillons. La cuve est montée sur un cadre en acier (figure 2.19) conçu pour maintenir le support fixe du transducteur d'émission, l'axe de rotation de l'échantillon et les axes de translations du transducteur récepteur. Les déplacements sont motorisés avec une précision micrométrique de la position des moteurs. Le pilotage est réalisé à partir d'un ordinateur central à l'aide d'un programme LABVIEW<sup>TM</sup> réalisé à cet effet. Cette configuration du dispositif expérimental permet de pouvoir changer facilement la position des émetteurs/récepteurs par rapport à celle du cristal phononique tout en autorisant des réglages précis.

#### 2.4.1.1 Générateurs de signaux électriques

Les excitations électriques proviennent d'un générateur de signaux initialement destiné à l'étude des phénomènes non-linéaires en acoustique, RITEC SNAP-0.25 – 7<sup>TM</sup> [66]. Ce système permet de générer différents types de signaux électriques avec des paramètres réglables sur une large gamme de fréquences. Sa bande de fréquences standard s'étend de

250 kHz à 7 MHz (jusqu'à 30 MHz pour de faibles amplitudes). Le système est constitué d'un ordinateur de bord équipé d'un logiciel RITEC RAM 5000, d'un générateur de fonctions, d'un amplificateur interne. Les paramètres réglables par l'ordinateur de commande sont la fréquence centrale du signal d'émission, le nombre de cycles du signal, l'amplitude du signal émis, le délai entre deux impulsions successives, le signal de synchronisation et la répétition de l'excitation.

#### 2.4.1.2 L'hydrophone

Lors des expériences en milieu fluide, le champ de pression est mesuré à l'aide d'un hydrophone. Celui-ci est constitué d'une pointe au bout de laquelle se trouve un élément piézoélectrique, d'un pré-amplificateur submersible, d'un DC coupleur et d'un amplificateur de 25 dB. L'élément actif possède un diamètre de 0,5 mm. Du fait de sa taille inférieure aux longueurs d'onde considérées dans nos études ( $1,2 < \lambda < 3,7$  mm correspondant à la gamme de fréquences 0,4 à 1,2 MHz), l'hydrophone permet de mesurer « ponctuellement » le champ pression. Un récepteur de cette dimension permet aussi d'éviter un état stationnaire entre l'interface de sortie du cristal phononique et le lieu de mesure.

Étant sensible à la variation de la pression en amplitude et en phase, l'hydrophone permet de déduire respectivement les coefficients de transmission des ultrasons à travers un cristal et le nombre d'onde de l'onde reçue dans le cas d'une excursion spatiale.

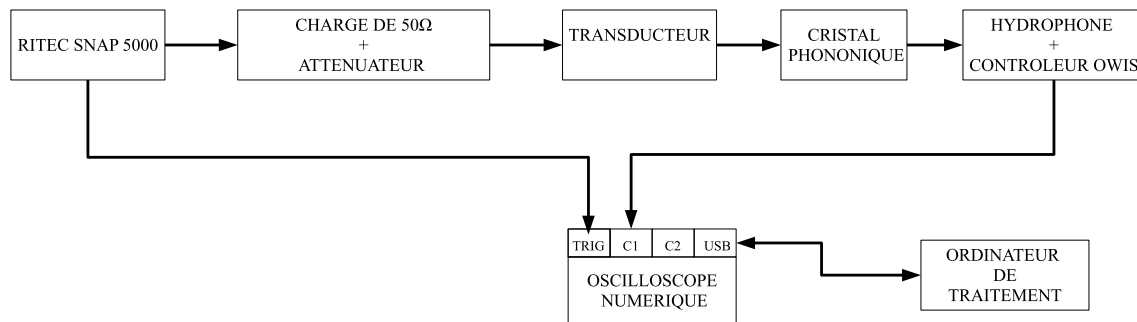
#### 2.4.1.3 Acquisition et sauvegarde des signaux

L'acquisition se fait sur un oscilloscope numérique LECROY<sup>TM</sup> WaveRunner 62Xi avec un codage sur 8 bits. Le signal est acquis avec une fréquence d'échantillonnage  $f_{ech}$  adaptée aux fréquences d'étude. Elle est choisie supérieure à 25 MHz. La fréquence d'étude  $f$  varie de 0.2 à 2 MHz. Afin d'augmenter le rapport signal sur bruit, l'acquisition d'un signal donné se fait sur une moyenne de 128 à 256 signaux successifs selon les cas. Pour les mesures automatiques, le temps nécessaire pour effectuer cette moyenne est inclus dans le délai entre deux mesures avant le déplacement des platines motorisées. Le traitement

---

des signaux est effectué selon le principe présenté au paragraphe 2.3.1.4.

La chaîne de mesure est présentée sur la figure 2.20. Le générateur RITEC SNAP délivre une impulsion électrique centrée autour de 800 kHz, dans la bande de réfraction négative. Le signal émis par le générateur est amplifié et adapté en impédance pour une charge de  $50\ \Omega$ . Les critères de choix du transducteur émetteur reposent sur la largeur de



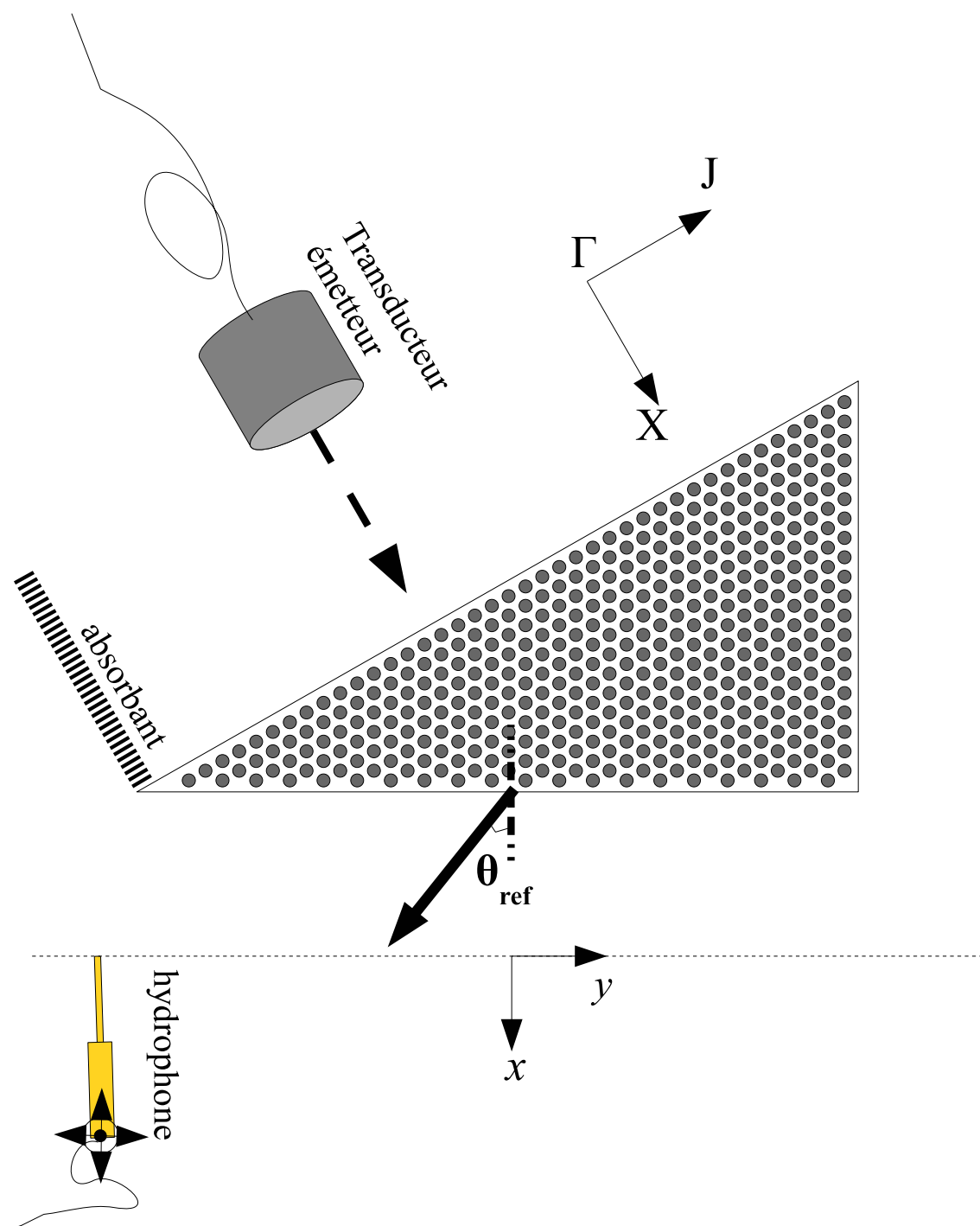
**Figure 2.20** – Chaîne de mesure pour le cristal phononique solide immergé dans l'eau.

la bande passante et sur sa directivité. Ainsi pour les expériences en immersion nous avons opté pour un transducteur plan large bande  $\text{TECHNISONIC}^{TM}$  de diamètre 19 mm, de fréquence centrale 1 MHz. Le signal d'excitation est considérablement amplifié (500 V) du fait de la forte atténuation dans la matrice époxy et de la différence d'impédance entre l'eau et le cristal qui occasionne une forte réflexion spéculaire. Une plaque de polystyrène de 25 mm d'épaisseur, utilisée comme matériau absorbant, est placée sur le sommet du prisme afin de séparer la composante du signal réfractée du signal diffracté par le bord du cristal (figure 2.21).

## 2.4.2 Interface entre le cristal phononique solide et l'eau

Le cristal phononique prismatique est posé sur le porte échantillon disposé au fond de la cuve. La figure 2.21 présente la configuration de l'expérience permettant d'étudier la réfraction à l'interface entre le cristal phononique et l'eau. Le prisme est placé dans le champ lointain du transducteur émetteur. Lorsque le faisceau incident atteint la première interface entre l'eau et le cristal phononique sous incidence normale, l'onde longitudinale se propage dans le cristal selon l'X et arrive sur la seconde interface avec un angle de  $30^\circ$

avant de se réfracter dans l'eau.



**Figure 2.21** – *Dispositif expérimental : incidence à  $30^\circ$  par rapport à l'interface de sortie du prisme.*



### 2.4.2.1 Incidence sur une interface dont la normale est orientée à $30^\circ$ par rapport à $\Gamma X$

Le champ de pression est mesuré parallèlement à l'interface à l'aide de l'hydrophone par pas de 0,5 mm sur 160 mm selon  $y$ , cela correspond à une plage angulaire de  $-50^\circ$  à  $+50^\circ$ .

Trois cartographies spatio-temporelles sont effectuées en sortie du cristal : à des distances  $d_1 = 5$  mm,  $d_2 = 10$  mm et  $d_3 = 30$  mm suivant l'axe  $x$  (figure 2.22). Pour chaque point de mesure, un signal temporel de type  $s(y, t)$  est acquis.

Une double transformée de Fourier est effectuée sur les signaux temporels mesurés le long de l'interface de sortie (figure 2.23). Elle permet de représenter l'amplitude de l'onde réfractée en fonction de la fréquence et de la composante tangentielle  $k_{e,y}$  du vecteur d'onde dans l'eau (se référer au paragraphe 2.3.2.2). Pour tenir compte des modes de Bloch se propageant dans le cristal phononique du fait de la périodicité [67], la loi de Snell-Descartes à cette interface s'écrit :

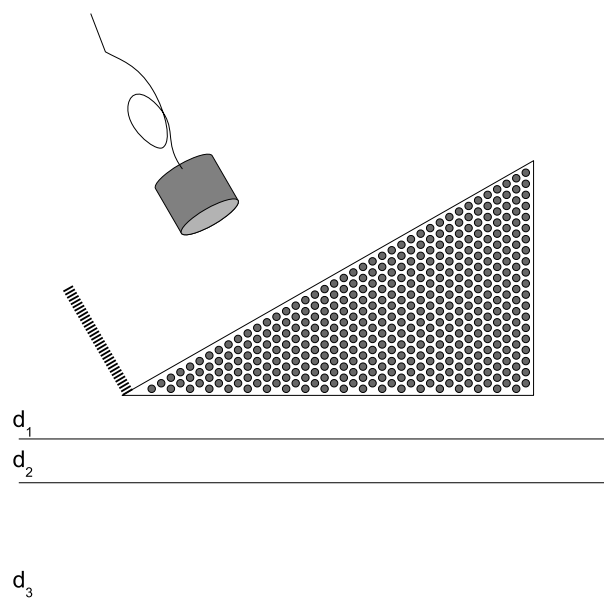
$$k_{cp} \sin \theta_i = k_e \sin \theta_{r,n}, \quad (2.11)$$

avec  $\mathbf{k}_{cp} = \mathbf{k}_{BZ} + n\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{k}_{BZ}$  le vecteur d'onde dans la zone de Brillouin,  $n$  un entier relatif désignant le vecteur d'onde (ou mode) de Bloch considéré.  $\mathbf{G}$  est le vecteur du réseau réciproque [41, 68] dans la direction de propagation  $\Gamma X$  et  $k_e$  correspond au nombre d'onde dans l'eau à la fréquence considérée. Par cette représentation, quatre composantes tangentielles des vecteurs d'ondes réfractés dans l'eau sont déterminées. À  $30^\circ$  d'incidence, seuls les modes  $n = -2, -1, 0, +1, +2$  peuvent être couplés au milieu fluide extérieur. En effet, à cet angle d'incidence, les angles de réfraction résultant vérifient la condition  $\sin \theta_r \leq 1$ . La composante tangentielle du vecteur d'onde,  $k_{e,y}$  s'écrit :

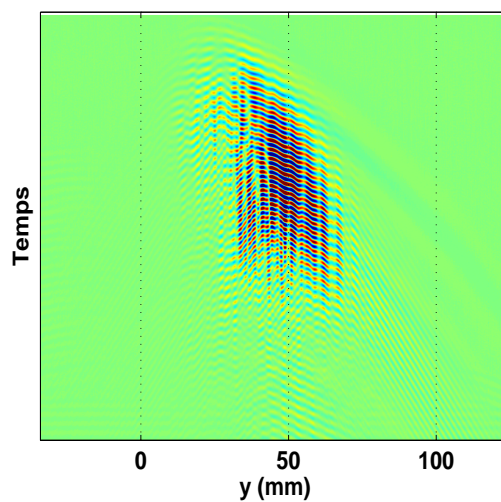
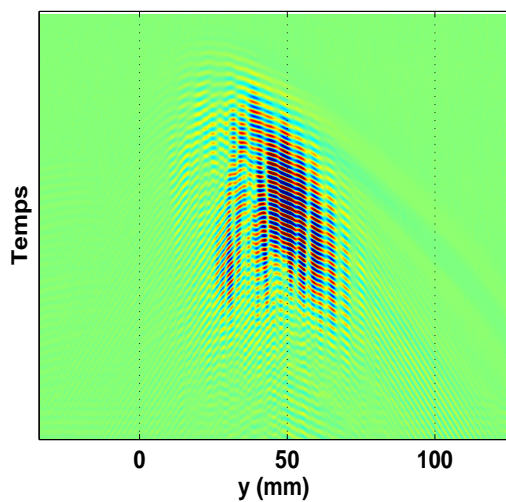
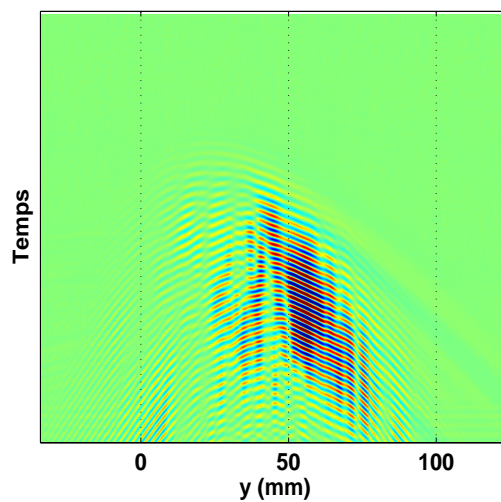
$$k_{e,y}(f) = (2\pi f / c_e) \sin \theta_r, \quad (2.12)$$

avec  $c_e$  la vitesse des ondes longitudinales dans l'eau et  $\theta_r$  l'angle de réfraction associé.

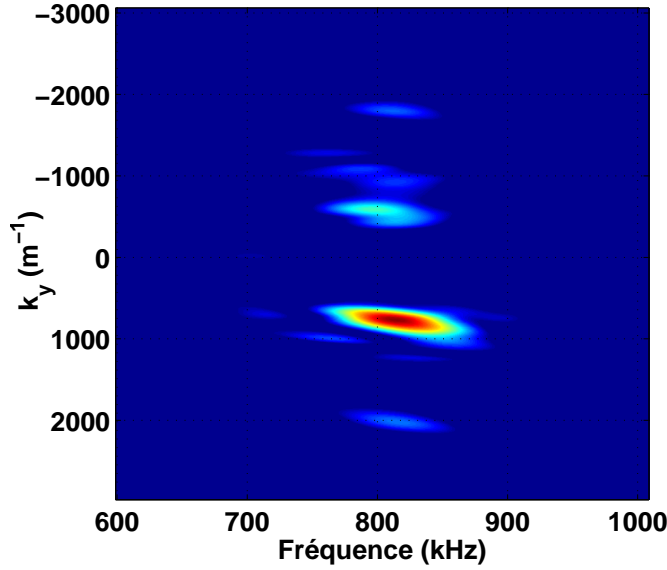
Afin de déterminer la variation des angles de réfraction en fonction de la fréquence pour ces quatre modes de Bloch, les couples  $k_{e,y} - f$  correspondant aux maxima d'amplitude sont extraits de la double transformée de Fourier (figure 2.23). L'équation 2.12 permet ensuite de déduire les angles de réfraction pour les modes identifiés. Les valeurs expérimentales



(a) Dispositif de mesure

(b)  $d_1 = 5 \text{ mm}$ (c)  $d_2 = 10 \text{ mm}$ (d)  $d_3 = 30 \text{ mm}$ 

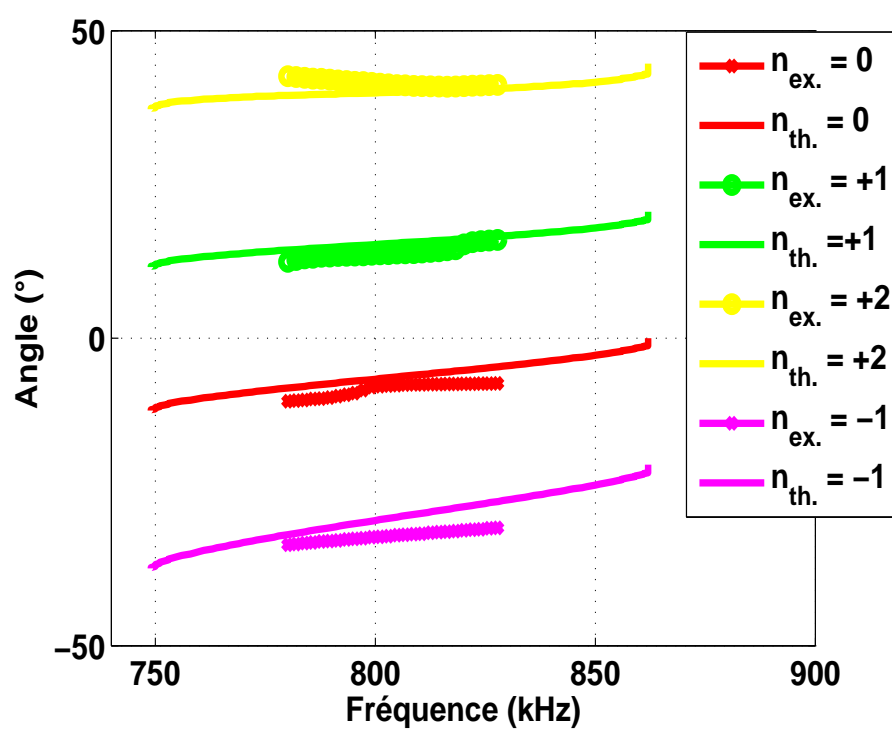
**Figure 2.22** – Cartographies spatio-temporelles à différentes distances à la sortie du prisme.



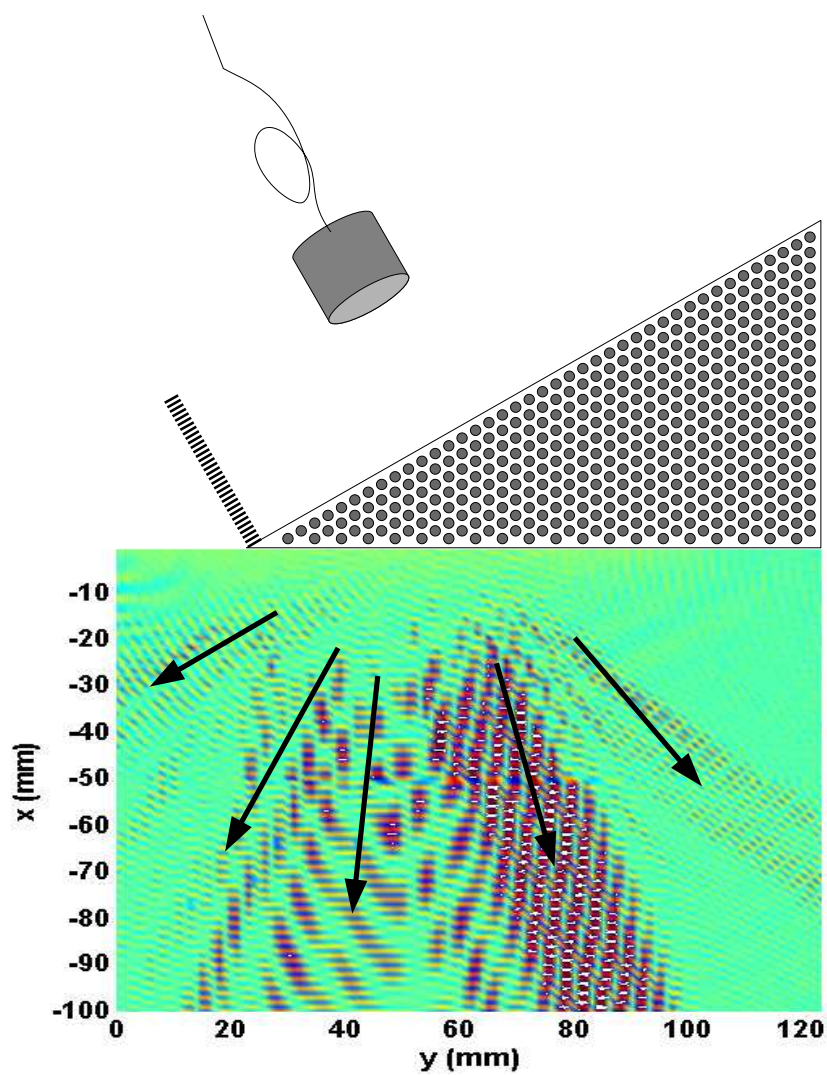
**Figure 2.23** – Double transformée de Fourier des signaux issus de la mesure à  $d = 30$  mm à  $30^\circ$  d'incidence.

(figure 2.24) sont en accord avec les angles théoriques issus des courbes de dispersion et de la loi de Snell-Descartes autour de la fréquence centrale (800 kHz). En effet, l'écart relatif entre les angles de réfraction théorique et expérimental correspondant aux modes 0 et +1 de Bloch est de 16 %. Cet écart diminue pour les modes d'ordres supérieurs (8 % et 4 % respectivement pour les modes de Bloch  $-1$  et  $+2$ ). L'angle de réfraction théorique du vecteur d'onde de Bloch correspondant au mode  $-2$  est supérieur à la plage angulaire mesurée. Une amélioration de cette détermination nécessiterait en effet une mesure le long d'une ligne d'au moins 200 mm. Cette expérience a donc permis de confirmer l'existence de 4 des 5 modes de Bloch réfractés à l'interface entre le cristal phononique et l'eau. Il est noté que l'existence des modes de Bloch  $n = +1$  et  $n = +2$  correspond à de la réfraction positive dans cette bande de fréquences où il existe une bande unique de réfraction négative dans le cristal.

Le dispositif expérimental permet par ailleurs d'effectuer une cartographie 2D du champ de pression réfracté. Cette représentation est effectuée en vue de confirmer l'existence des 5 vecteurs d'ondes de Bloch dans le cristal couplés au milieu fluide extérieur correspondant aux angles de réfraction déterminés précédemment. Le champ de pression est alors mesuré dans l'eau sur une grille de dimension 100 mm suivant  $x$  et 120 mm sui-



**Figure 2.24** – Angles de réfraction correspondants aux différents modes de Bloch couplés à l'eau à 30 ° d'incidence.



**Figure 2.25** – *Directions de propagation privilégiées dans le milieu fluide extérieur après propagation l'onde quasi-longitudinale dans le cristal prismatique.*

vant  $y$ . Cette représentation permet d'étudier la propagation de l'onde au cours du temps. L'étude s'effectue en régime quasi-harmonique avec un train d'onde de 50 périodes. Le champ obtenu en régime établi (un temps de propagation de  $60 \mu\text{s}$ ) est représenté sur la figure 2.25. Différentes directions de propagation privilégiées peuvent y être identifiées. Elles correspondent aux angles de réfraction théoriques représentés par les flèches noires (figure 2.25).

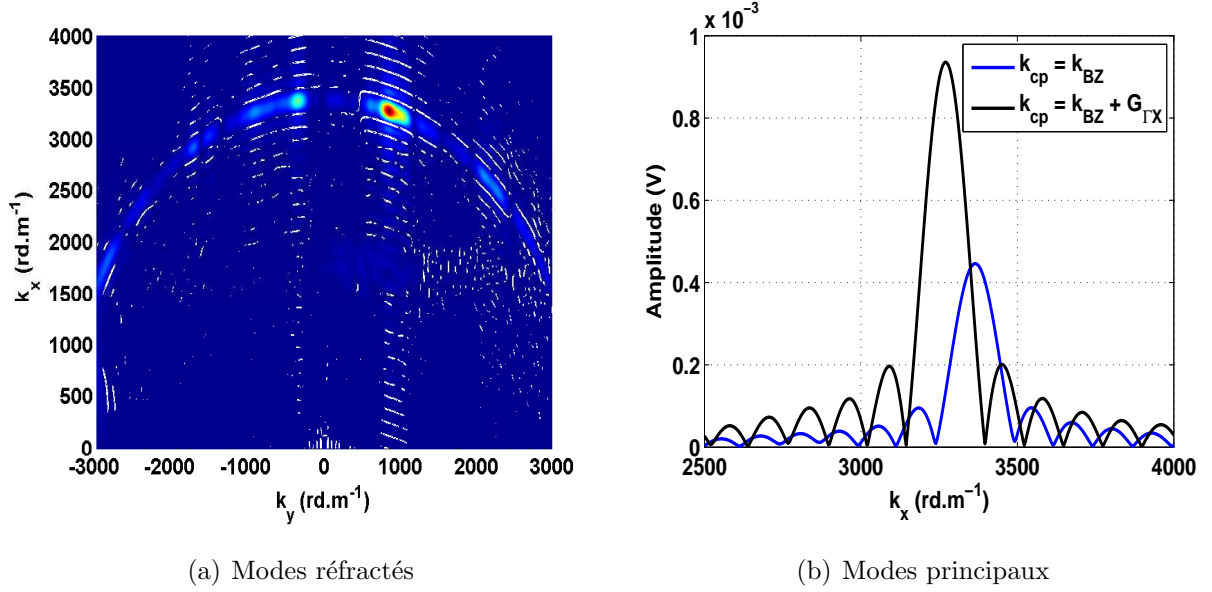
L'accord entre les valeurs des directions théoriques et expérimentales est résumé dans

Modes de Bloch	$n = -2$	$n = -1$	$n = 0$	$n = +1$	$n = +2$
Angle théorique ( $^\circ$ )	-59,7	-29,0	-6,1	15,8	40,6
Angle expérimental ( $^\circ$ )	-58,4	-28,3	-5,0	14,8	39,8
Écart relatif (%)	2,2	2,5	22	6,7	2,0

**Tableau 2.3** – ANGLES DE RÉFRACTION THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTAUX POUR UNE INCIDENCE DE  $30^\circ$  PAR RAPPORT À LA NORMALE À L'INTERFACE.

le tableau 2.3. Comme noté précédemment, pour un angle d'incidence de  $30^\circ$  par rapport à la normale à l'interface, l'écriture de la loi de Snell-Descartes en tenant compte de la périodicité du cristal phononique prévoit 5 angles de réfraction, associés aux modes de Bloch couplés au milieu fluide extérieur. Le dispositif expérimental utilisé permet de retrouver ces angles avec un écart relatif maximal pour le mode de Bloch  $n = 0$ . Toutefois, les propriétés du prisme sont proches de celles d'un milieu périodique infini, bien que le cristal phononique prismatique ne comporte qu'une dizaine de rangées dans la région insonée.

Une double transformée de Fourier est effectuée sur le signal  $s(x, y, t)$  en vue d'une visualisation dans l'espace des fréquences spatiales et temporelles (figure 2.26). Dans le milieu de réfraction, les directions de propagation identifiées correspondent à des vecteurs d'ondes de même module : tous les maxima identifiés à 800 kHz sont sur un cercle de rayon égal au nombre d'onde dans l'eau (figure 2.26(a)) [69]. Les maxima d'amplitude définissent les directions principales empruntées par les ondes réfractées dans le plan des vecteurs d'onde. Les deux directions privilégiées observables correspondent aux modes de Bloch  $n = 0$  et  $n = +1$ . L'amplitude des ondes correspondant à ces deux modes est représentée en fonction de la composante normale ( $k_x$ ) du vecteur d'onde réfracté



**Figure 2.26** – Ondes réfractées dans le domaine de Fourier. (a) Les différents modes réfractés ; (b) les deux modes dominants : réfraction négative  $k_0$  et mode de Bloch  $k_{+1}$ .

(figure 2.26(b)). Nous aborderons dans la section suivante le lien entre les deux directions privilégiées et l'impédance effective du cristal. Les composantes normales et tangentielles des vecteurs réfractés dans l'eau sont déduites de cette représentation. En dehors de la

Mode de Bloch	$n = -2$	$n = -1$	$n = 0$	$n = +1$	$n = +2$
$k_{x,exp.} (m^{-1})$	1825	2912	3366	3270	2632
$k_{x,th.} (m^{-1})$	1592	2935	3372	3274	2935
$k_{y,exp.} (m^{-1})$	-2848	-1722	-351	851	2109
$k_{y,th.} (m^{-1})$	-2999	-1708	-399	900	2200

**Tableau 2.4** – COMPOSANTES NORMALE ET TANGENTIELLE DES VECTEURS D'ONDES RÉFRACTÉS DANS L'EAU À 30 ° D'INCIDENCE PAR RAPPORT À LA NORMALE À L'INTERFACE.

composante axiale du mode de Bloch  $n = -2$ , le tableau 2.4 montre un accord entre les composantes normales et tangentielles associées aux modes de Bloch réfractés dans l'eau. En effet, la figure 2.25 montre que seule une partie du signal correspond au mode de Bloch  $n = -2$  est présente sur la cartographie. L'Annexe C présentera les résultats obtenus pour l'incidence 60° pour laquelle le transducteur est placé parallèlement au côté le plus court

du prisme.

À présent, l'intérêt est porté à la largeur de lobe de réfraction et au transfert d'énergie entre les modes de Bloch dans le cristal solide et le milieu fluide extérieur. C'est l'objet de la prochaine section.

## 2.5 Loi des réseaux linéaires appliquée à l'interface entre le cristal phononique et l'eau

Le cristal phononique est un matériau structuré périodiquement, par conséquent l'onde qui s'y propage obéit à la loi des réseaux de diffraction lorsqu'une interface se présente. Nous évaluons à présent la largeur des maxima d'amplitude correspondant à la réfraction des modes de Bloch couplés au milieu extérieur afin de la comparer aux largeurs des lobes de diffraction théoriques.

### 2.5.1 Description du modèle

Le champ de pression réfracté à l'interface entre le cristal phononique prismatique et l'eau est modélisé à présent comme une onde émise par un réseau linéaire de sources. Ce modèle est très connu dans le domaine des radars, de l'acoustique sous-marine et dans la conception des transducteurs ultrasonores pour l'imagerie médicale ou pour le contrôle non destructif [70]. Le réseau est dit linéaire parce qu'il est composé d'un nombre de sources disposées sur une ligne droite. Les sources constituant le réseau sont identiques et séparées d'une distance constante  $d$  (distance entre deux diffuseurs voisins).

Dans le cas du cristal, le champ de pression de l'onde réfractée peut s'écrire à partir de la loi d'un réseau de  $N$  sources,  $N$  étant le nombre de diffuseurs de l'interface vue par l'onde incidente. Tout près du réseau linéaire, les fronts d'onde des signaux issus des différentes sources créent un champ d'interférences (figure 2.27) selon le principe de Huygens. Le faisceau ultrasonore reconstitué en champ lointain s'écrit comme la combinaison des

---



$N$  contributions déphasées de  $\Phi = k_{cp}d$ ,  $k_{cp}$  étant le nombre d'onde du cristal phononique dans la première zone de Brillouin.

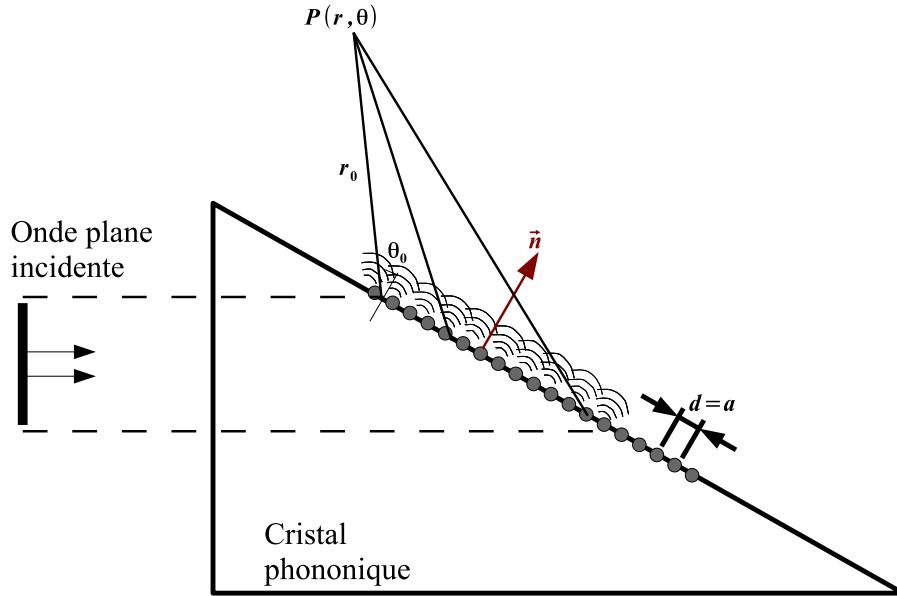
Ce modèle permet d'écrire le champ de pression de l'onde diffractée par le réseau en fonction de la distance entre les sources et le point d'observation  $P$ , de l'angle  $\theta$  correspondant à l'angle entre la direction de propagation de l'onde et la normale à l'interface.

Les ondes émises par les sources forment un front d'onde propagatif dont la direction de propagation est donnée par la relation géométrique [71].

$$P_{res}(\theta) = \frac{\sin[(\Phi - k_e d \sin \theta) \frac{N}{2}]}{\sin[(\Phi - k_e d \sin \theta) \frac{1}{2}]}, \quad (2.13)$$

où  $k_e$  le nombre d'onde dans l'eau. Dans notre cas, le diamètre du transducteur émetteur est de 19 mm. Le nombre de sources est déterminé en tenant compte de la largeur du faisceau incident au cours de la propagation, ainsi la largeur du faisceau à l'interface est de 25 mm, ce qui correspond à  $N = 13$  pour l'incidence  $60^\circ$  et  $N = 4$  pour un angle d'incidence de  $30^\circ$ .

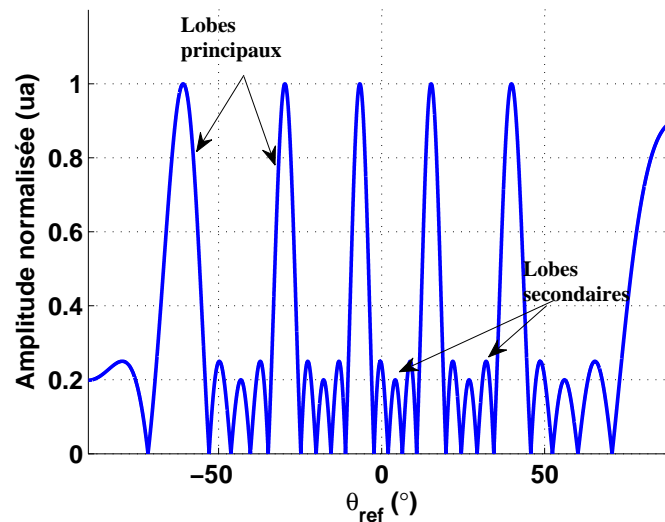
À un angle d'incidence donné, la loi des réseaux linéaires est une conséquence de



**Figure 2.27** – *Modèle de diffraction par un réseau linéaire de sources ponctuelles ; cas de l'incidence à  $60^\circ$*

la conservation de la fréquence au cours de la propagation. Celle-ci impose une égalité des nombres d'ondes ( $n\omega/c$ ) de toutes les ondes planes élémentaires constituant l'onde

diffractionnée. Il est délicat de donner une règle générale pour le nombre d'ordres de diffraction générés en fonction de la fréquence.



**Figure 2.28** – *Diagramme de rayonnement du cristal phononique pour l'incidence 30°*

Le diagramme de rayonnement du réseau de sources pour l'incidence 30° suivant  $\Gamma X$  à la fréquence 800 kHz est donné à la figure 2.28. Pour une onde quasi-longitudinale à l'interface entre le cristal phononique et l'eau, l'espacement entre les diffuseurs donne lieu à 5 ordres de diffraction. Les angles correspondant ainsi que la largeur des lobes à  $-6$  dB sont résumés dans le tableau 2.5. Trois ordres ( $n = 0, -1, -2$ ) peuvent être dénombrés du côté des angles de diffraction négatifs avec une largeur de lobe maximale pour l'ordre de diffraction  $n = -2$  (autour de  $-60, 2^\circ$ ). Pour les angles positifs, deux autres lobes de rayonnement sont identifiés. Le sixième lobe de rayonnement correspond à une onde évanescente à  $90^\circ$ , localisée à l'interface et se propageant le long de celle-ci. La différence entre les largeurs théorique et expérimentale du tableau 2.5 est liée à la propagation entre l'interface et la ligne de mesure. En effet, le diagramme théorique est déterminé à l'interface tandis que le diagramme expérimental est issu de la mesure à 30 mm de l'interface.

Dans le présent cas, le diagramme de rayonnement théorique présente des lobes secondaires liés au non respect du critère d'échantillonnage de Nyquist. Ce phénomène a été souligné dans le domaine des radars par *Steinberg* [72]. Pour s'affranchir des lobes secondaires, la distance inter-éléments  $d$  doit être inférieure à la demi-longueur d'onde,

Ordre de diffraction	-2	-1	0	1	2
<b>Angle de diffraction : théorie (°)</b>	-60,2	-29,4	-6,6	15,1	39,5
<b>Angle de diffraction : expérience (°)</b>	-62,5	-31,8	-6,8	14,8	40
$\Delta_{\theta,theo}$ à -6 dB (°)	6	3,4	3	3	3,8
$\Delta_{\theta,exp}$ à -6 dB (°)	9,4	4,6	6,2	4,9	7,6

**Tableau 2.5** – ANGLES DE DIFFRACTION ET LARGEURS ANGULAIRES POUR UNE INCIDENCE 30°.

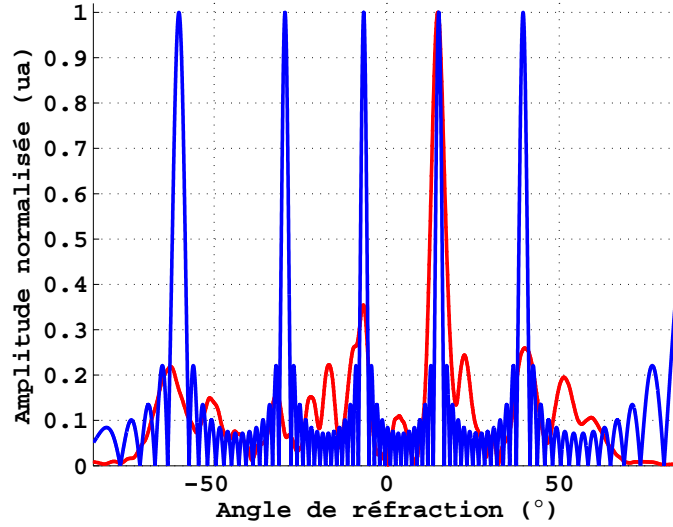
( $d \leq \lambda/2$ ). En effet, la longueur d'onde dans l'eau à 800 kHz (1,90 mm), est de l'ordre de la distance entre les diffuseurs. Pour l'incidence à 60° la distance inter-sources est  $d = a = 2,84$  mm, proche de la longueur d'onde. Pour l'incidence à 30°,  $d = a\sqrt{3} = 4,91$  mm. Ainsi, l'amplitude des lobes secondaires est plus grande dans le cas où  $d > \lambda$ , à 30° d'incidence.

### 2.5.2 Lobes de rayonnement expérimentaux

En se limitant à la formule classique de la loi de Snell-Descartes (équation 2.9), un faisceau incident directif donne lieu à un seul angle de réfraction, tableau 2.5. Sur la figure 2.26, les ondes réfractées occupent un intervalle de nombres d'ondes, déterminer par la largeur du faisceau incident et l'effet de diffraction du réseau linéaire de sources à l'interface de sortie. L'amplitude des ondes réfractées à 800 kHz en fonction de l'angle est donnée à la figure 2.29.

Selon la loi des réseaux linéaires, la répartition de l'amplitude est identique sur tous les ordres de diffraction. De plus, pour les ordres de diffraction de même signe, la largeur des lobes du diagramme de rayonnement augmente avec l'angle de réfraction en valeur absolue. En effet la projection du faisceau diffracté sur la ligne de mesure augmente avec la valeur absolue de l'angle de diffraction.

Le modèle de diffraction par un réseau linéaire de sources tient compte de la largeur finie du faisceau incident, ce qui permet d'estimer la largeur angulaire des lobes de diffraction identifiés. L'analyse des résultats expérimentaux sera faite avec le modèle présentant les paramètres effectifs associées aux modes de Bloch.



**Figure 2.29** – Diagramme de rayonnement expérimental et théorique du cristal phononique pour une incidence de  $30^\circ$

## 2.6 Masses volumiques et impédances effectives associées aux modes de Bloch

Pour justifier la répartition d'énergie sur les différents modes de Bloch au cours de la propagation de l'onde incidente, nous nous intéressons à la masse volumique et l'impédance effectives du cristal phononique pour chacun des modes.

Tout d'abord, à chaque mode de Bloch est associé un vecteur d'onde fonction du pas du réseau réciproque. Ainsi, il est possible de définir pour chaque mode de Bloch un nombre d'onde propre. Pour chaque mode de Bloch à une fréquence donnée dans le cristal, la vitesse de phase s'écrit :

$$v_\varphi(\mathbf{G}) = \frac{\omega}{k_{cp}(\mathbf{G})}. \quad (2.14)$$

$\mathbf{k}_{cp}(\mathbf{G}) = \mathbf{k}_{BZ} + \mathbf{G}$ , avec  $\mathbf{G}$  le vecteur de réseau considéré et  $\mathbf{k}_{BZ}$  le vecteur d'onde dans la zone de Brillouin irréductible.

Dans le réseau direct, la masse volumique et la vitesse dépendent de la position. Ces variables s'écrivent alors  $\rho(\mathbf{r})$  et  $v_\varphi(\mathbf{r})$ . En s'appuyant sur la périodicité du milieu, ces variables peuvent être développées en séries de Fourier [23, 61]. Ces transformées de Fourier correspondent ainsi une masse volumique et une vitesse dans le cristal phononique dépen-

dant du mode de Bloch réfracté  $\mathbf{G}$ . Ainsi  $\rho(\mathbf{G})$  et  $v_\varphi(\mathbf{G})$  dépendent du vecteur d'onde de Bloch considéré.

Pour le mode de réfraction négative  $n = 0$ , le nombre d'onde dans le cristal est égal au nombre d'onde donné par la structure de bandes. Une masse volumique moyenne (effective)  $\bar{\rho}$  peut être évaluée par la formule :

$$\bar{\rho} = \rho_d f_r + \rho_m (1 - f_r), \quad (2.15)$$

avec  $\rho_d$  la masse volumique des diffuseurs,  $\rho_m$  la masse volumique de la matrice et  $f_r$  le facteur de remplissage. Pour les modes de Bloch associés à un vecteur de réseau  $\mathbf{G}$ , la masse volumique s'écrit :

$$\rho(\mathbf{G}) = (\rho_d - \rho_m)F(\mathbf{G}) = \Delta\rho F(\mathbf{G}). \quad (2.16)$$

où  $\Delta\rho$  est la différence entre les deux masses volumiques et  $F(\mathbf{G})$  est un facteur de structure donné par [23, 61] :

$$F(\mathbf{G}) = S_c \int_d d^2r e^{(-i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r})}. \quad (2.17)$$

$S_c$  est la surface de la cellule élémentaire et l'intégration se fait sur la section efficace du diffuseur. Pour un diffuseur cylindrique de rayon  $r_0$ , l'intégration sur la surface du diffuseur conduit au résultat suivant :

$$F(\mathbf{G}) = 2f_r \frac{J_1(|\mathbf{G}|r_0)}{|\mathbf{G}|r_0}. \quad (2.18)$$

$J_1$  est la fonction de Bessel cylindrique du premier ordre. On peut ainsi déterminer  $F(\mathbf{G})$  pour tous les vecteurs d'ondes de Bloch identifiés et donc une masse volumique  $\rho$  pour chaque mode de Bloch.

L'impédance d'un milieu effectif est donnée par la relation  $Z = \rho v_\varphi$ , ainsi pour le cristal phononique, l'impédance est fonction du vecteur d'onde de Bloch s'y propageant.

$$Z(\mathbf{G}) = \rho(\mathbf{G})v_\varphi(\mathbf{G}). \quad (2.19)$$

Partant des équations 2.14, 2.18, 2.15 et 2.16, l'équation 2.19 devient :

$$Z(n = 0) = \bar{\rho} \frac{\omega}{k_{BZ}} \equiv \bar{Z} \quad (2.20)$$

et

$$Z(n \neq 0) = Z(\mathbf{G}) = \Delta \rho F(\mathbf{G}) \frac{\omega}{k_{cp}(\mathbf{G})} \quad (2.21)$$

Une comparaison des indices et impédances du prisme et celle de l'eau est maintenant présentée. Tout comme l'impédance, l'indice effectif de la lentille est aussi fonction du mode de Bloch considéré :

$$n_{eff}(\mathbf{G}) = \frac{k_{cp}(\mathbf{G})}{k_e}. \quad (2.22)$$

Le tableau 2.6 présente les impédances et indices de réfraction effectifs de la lentille en fonction du vecteur d'onde de Bloch  $\mathbf{G}$  identifié.

L'impédance acoustique de l'eau est  $Z_e = 1,49 \cdot 10^6 \text{ Pa}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$ , sa masse volumique de

Mode de Bloch	-2	-1	0	+1	+2
$k_{cp} \text{ (m}^{-1}\text{)}$	$5,89 \cdot 10^3$	$3,34 \cdot 10^3$	$0,78 \cdot 10^3$	$1,77 \cdot 10^3$	$4,32 \cdot 10^3$
$n_{eff}$	1,73	0,98	0,23	0,52	1,27
$\rho_{eff} \text{ (kg}\cdot\text{m}^{-3}\text{)}$	$0,40 \cdot 10^3$	$1,15 \cdot 10^3$	$4,18 \cdot 10^3$	$1,15 \cdot 10^3$	$0,40 \cdot 10^3$
$Z_{eff} \text{ (Pa}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}\text{)}$	$0,34 \cdot 10^6$	$1,73 \cdot 10^6$	$26,78 \cdot 10^6$	$3,26 \cdot 10^6$	$0,47 \cdot 10^6$
$t$	0,37	14,64	1,89	1,37	0,91

**Tableau 2.6** – PARAMÈTRES EFFECTIFS EN FONCTION DU VECTEUR D'ONDE DE BLOCH À 800 KHz.

$10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  et l'indice défini est unitaire. Enfin les coefficients de transmission du cristal vers l'eau sont évalués pour les modes de Bloch [49]. En théorie, le mode de Bloch avec les paramètres les plus favorables est le mode  $n = -1$  avec un couple  $(n_{eff}, Z_{eff})$  de l'ordre de celui de l'eau,  $(-0,98; 1,73 \cdot 10^6)$  contre  $(1; 1,49 \cdot 10^6)$ . De ce fait, ce mode serait celui pour lequel le transfert d'énergie est le plus important pour un angle d'incidence de  $30^\circ$ .

Cependant, dans la pratique, pour l'incidence  $30$  et  $60^\circ$ , les modes  $n = +1$  et  $n = 0$  correspondent respectivement à la transmission maximale (figure 2.29).

$$t(\mathbf{G}, e) = \frac{2Z_{eff}(\mathbf{G})}{Z_{eff}(\mathbf{G}) + Z_e}. \quad (2.23)$$

Ainsi le coefficient de transmission du mode de Bloch  $n = +1$  est de 0,84 tandis que celui du mode de Bloch  $n = 0$  est de 0,95.

Dans cette partie nous nous sommes d'abord attachés à identifier les modes de Bloch se propageant dans le cristal. Par la suite, l'impédance associée à chaque mode de Bloch a

été déterminée. Cette démarche préalable est nécessaire pour l'étude du champ transmis à travers une lentille plate à base de cristal phononique. Dans la section suivante, nous nous intéresserons à l'effet lentille à travers le cristal solide.

## 2.7 Effet lentille à travers le cristal phononique solide immergé dans l'eau

Un cristal phononique rectangulaire est réalisé selon le même procédé que le cristal prismatique constitué de tiges cylindriques d'acier noyées dans la résine époxy (paragraphe 2.2.2.2). Le diamètre des tiges (2 mm), le pas du réseau (2,84 mm) et la maille élémentaire du cristal phononique sont identiques. La lentille plate ainsi constituée comporte 5 rangées de cylindres et une rangée de demi-cylindres dans l'épaisseur, ce qui correspond à une épaisseur totale de 12,75 mm. La direction de propagation en incidence normale est  $\Gamma X$ .

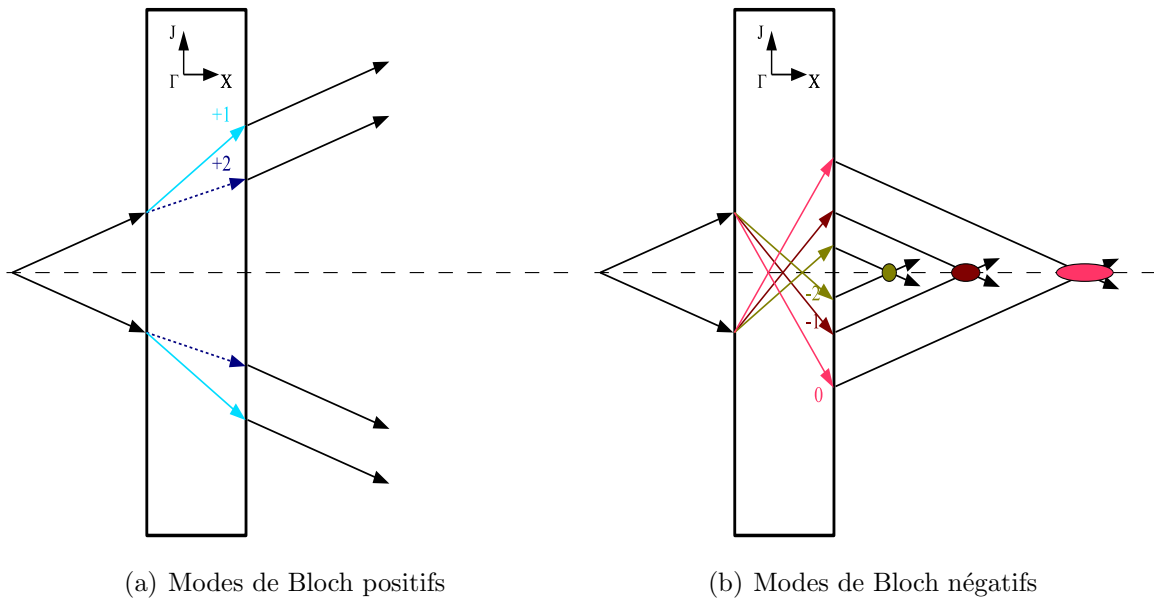
Le but ici est d'analyser l'image d'un objet connu (le point focal d'un transducteur ultrasonore) à travers une lentille solide constituée du cristal phononique à matrice et inclusions solides.

Sachant qu'à chaque mode de Bloch est associé un indice de réfraction effectif de même signe (tableau 2.6), les rayons issus d'une source ponctuelle se propagent selon différents trajets dans la lentille solide. Les vecteurs d'ondes de Bloch positifs entraînent une divergence des rayons issus de la source (figure 2.30(a)) tandis que les vecteurs d'ondes négatifs donnent lieu à une convergence dans l'axe de la source (figure 2.30(b)). Toutefois, l'angle de réfraction diminue en valeur absolue à mesure que le nombre d'onde de Bloch augmente en valeur absolue.

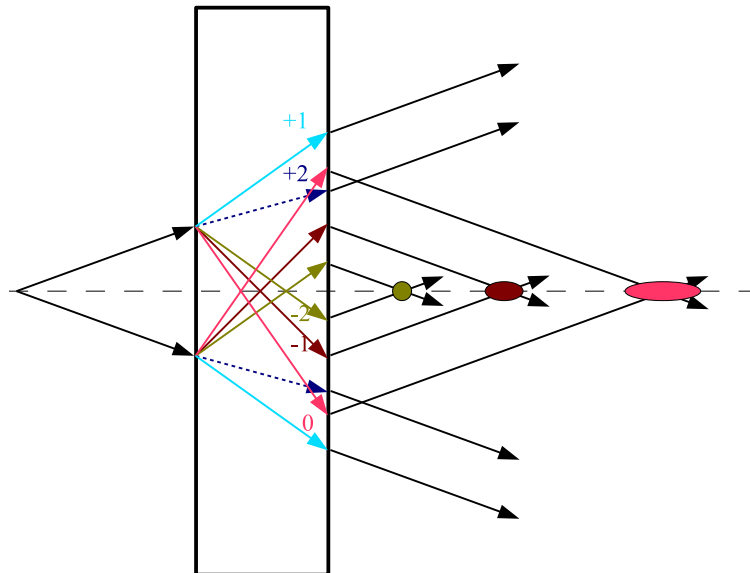
Le tracé des rayons correspondant à une onde longitudinale issue d'un point source et se propageant à travers la lentille solide, en tenant compte de tous les modes de Bloch générés à  $30^\circ$  d'incidence, est donné par la figure 2.31. Ce tracé est effectué à la lumière de l'étude des différents modes de Bloch dans la partie précédente. Ainsi, le champ de pression en sortie du cristal phononique est constitué des rayons issus à la fois de la réfraction positive et négative.

Pour effectuer cette expérience, un transducteur focalisé dont la tâche focale est placé

---



**Figure 2.30** – Tracé des rayons correspondant (a) aux modes de Bloch « positifs » et (b) aux modes de Bloch « négatifs » à travers la lentille solide à  $30^\circ$  d'incidence.



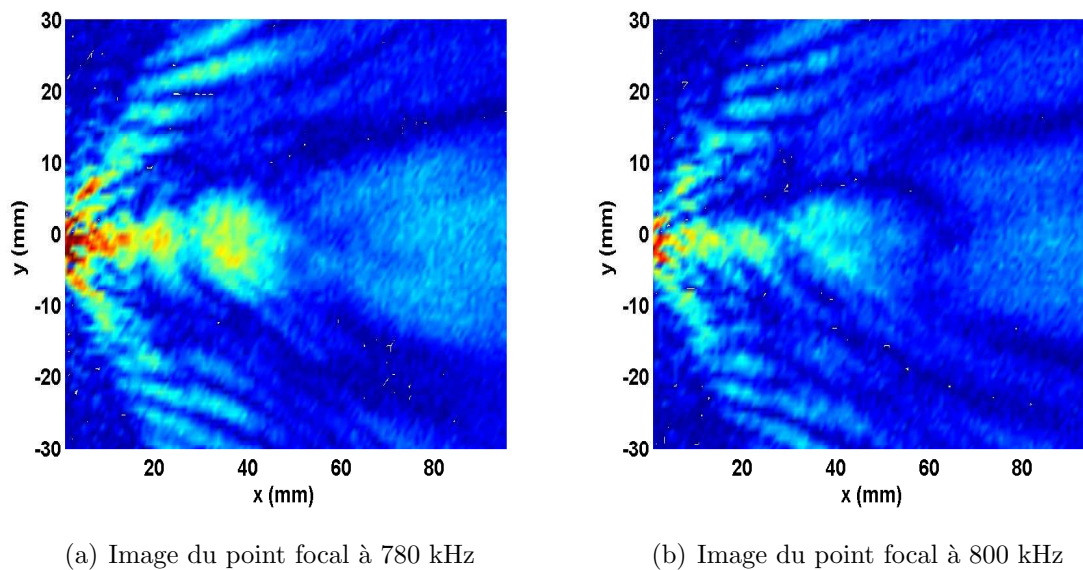
**Figure 2.31** – Tracé des rayons permettant l'interprétation de l'effet lentille à travers le cristal phononique solide à  $30^\circ$  d'incidence.



à 2 mm de l'interface de la lentille solide rectangulaire. Le champ de pression est mesuré après propagation à travers la lentille sur une grille rectangulaire de dimension 60 mm  $\times$  96 mm par pas de 0,8 mm dans le fluide extérieur. Par la suite, le terme « zone image » est utilisé pour désigner la grille de mesure.

### 2.7.1 Champ image d'un point source à travers la lentille solide

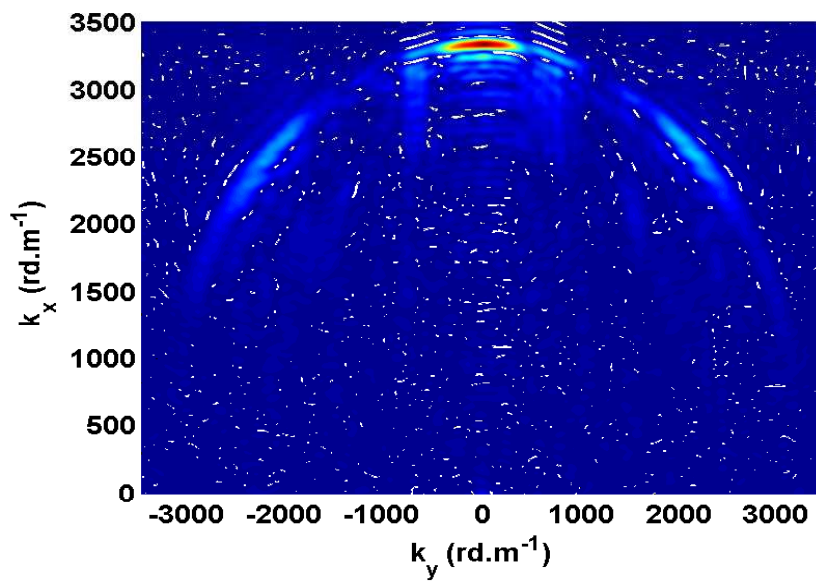
Le champ image d'un point source présente trois directions de propagation privilégiées (figure 2.32) résultant des réfractions « positives » et « négatives ». Ces directions de propagation sont visibles sur le champ image dans la bande de réfraction négative à 780 kHz (figure 2.32(a)) et à 800 kHz (figure 2.32(b)). L'amplitude du champ dans la zone image est maximale le long de l'axe de la source et selon des faisceaux obliques.



**Figure 2.32** – *Champ image à travers la lentille plate solide (a) à 780 kHz et (b) à 800 kHz.*

Une double transformée de Fourier spatiale appliquée aux signaux de la figure 2.32 permet d'identifier les composantes normales et tangentielles des vecteurs d'ondes issus de la lentille et se propageant dans la zone image. Dans l'espace de Fourier, trois maxima d'amplitude peuvent être identifiés (figure 2.33). Ils sont situés sur un cercle de rayon égal

au nombre d'onde dans l'eau :  $3,31 \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}$  à 780 kHz [69]. Les composantes tangentielles de ces trois maxima d'amplitude sont respectivement négative, nulle et positive. La composante nulle correspond à une énergie selon l'axe de la source tandis que les composantes négative et positive correspondent à une propagation dans la direction des  $y$  négatifs et positifs respectivement (figure 2.32).

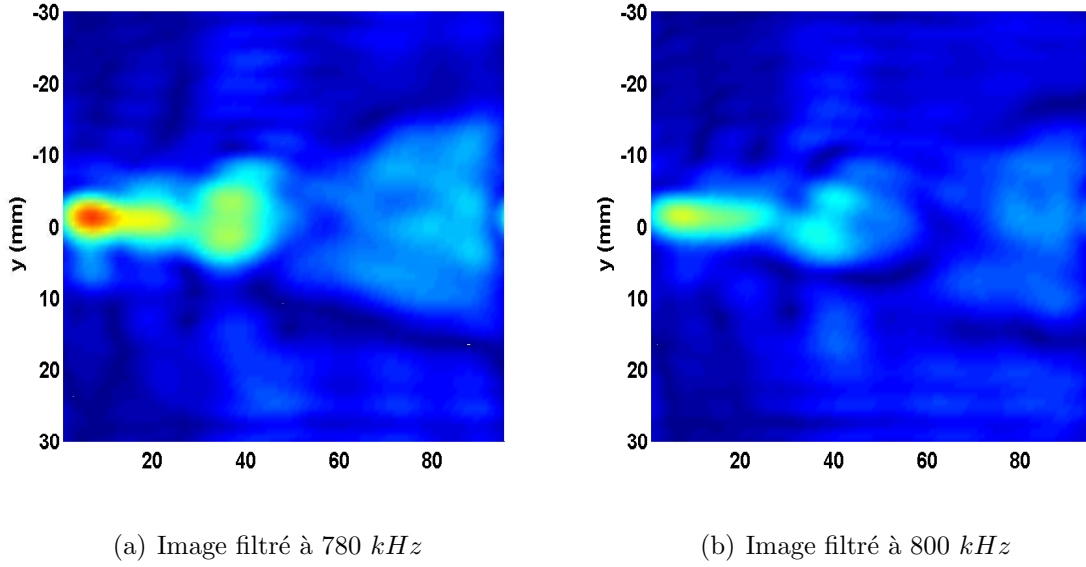


**Figure 2.33** – Composantes spectrales des ondes se propageant dans la zone image : mise en évidence de directions de propagation privilégiées ( $f = 780 \text{ kHz}$ ).

### 2.7.2 Caractéristiques des images

Dans le domaine de Fourier, un filtrage est effectué sur la figure 2.32. Un fenêtrage de Hanning est utilisé pour extraire du champ image les contributions correspondant à la réfraction négative. Ainsi, dans l'axe de la source, le champ image peut être interprété à partir des modes de Bloch  $n \leq 0$  en particulier par une analyse de la profondeur du champ et de la résolution latérale. Le champ image a les caractéristiques présentées sur les figures 2.35(a)-2.35(d).

La largeur à mi-hauteur de l'image du point focal du transducteur est de 6,2 mm contre 4,5 mm pour le point source en champ libre, soit un élargissement de 1,44. Le

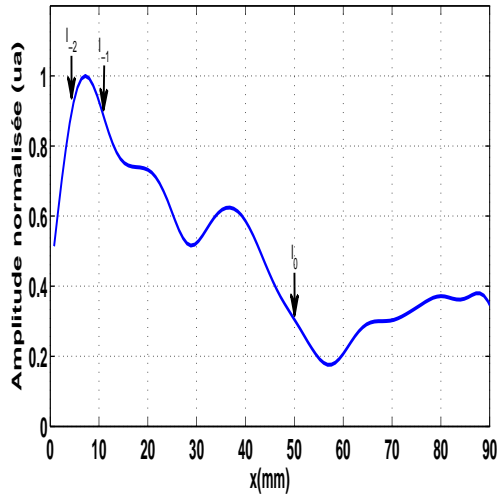


**Figure 2.34** – *Champ image filtré correspondant à la propagation des modes Bloch négatifs à travers la lentille (a) à 780 kHz et (b) 800 kHz.*

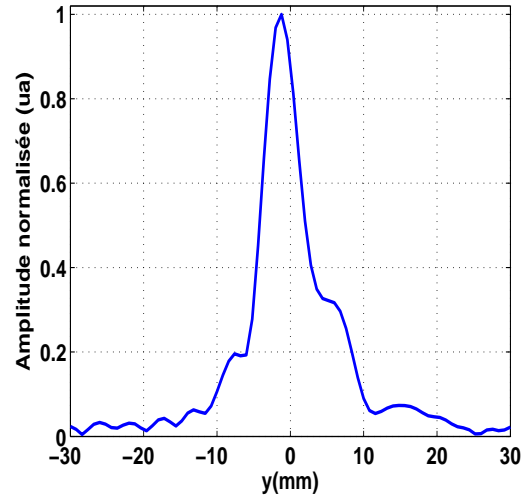
maximum d'amplitude dans la zone image est situé à 7,4 mm de l'interface de sortie du cristal phononique. La position théorique correspondant au point de focalisation du vecteur d'onde de Bloch du mode  $n = -2$  est évaluée à partir de l'indice théorique à 4,40 mm pour une incidence  $30^\circ$ . L'écart entre ces deux valeurs est dû à la présence de modes de Bloch donnant lieu à la réfraction négative d'ordre inférieur à  $-2$ . Les points  $I_{-2}$ ,  $I_{-1}$  et  $I_0$  (figures 2.35(a) et 2.35(c)), positions théoriques des maxima d'amplitude liés à la focalisation des 3 modes de Bloch ne coïncident pas avec les maxima d'amplitude issus de l'expérience. Le tableau 2.7 présente un résumé des largeurs à mi-hauteur des images obtenues ainsi que les positions axiales à 800 kHz.

De même, le tableau 2.8 synthétise les résultats obtenus à 780 kHz. Les distances source-image diminuent avec la fréquence en corrélation avec la valeur de l'indice effectif (relation 1.10).

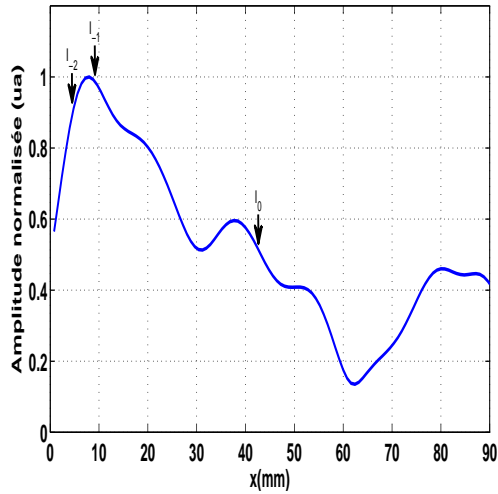
Au cours de la propagation dans le cristal phononique à matrice et inclusions solides, les modes de Bloch sont liés à la périodicité du réseau dans la direction de propagation principale. La réfraction de ces modes donne lieu à de la réfraction négative à l'origine de la focalisation des faisceaux résultants, et à de la réfraction positive liée au mode de Bloch  $n = +1$ ,  $n = +2$  généré au cours de la propagation à travers le cristal phononique. L'iden-



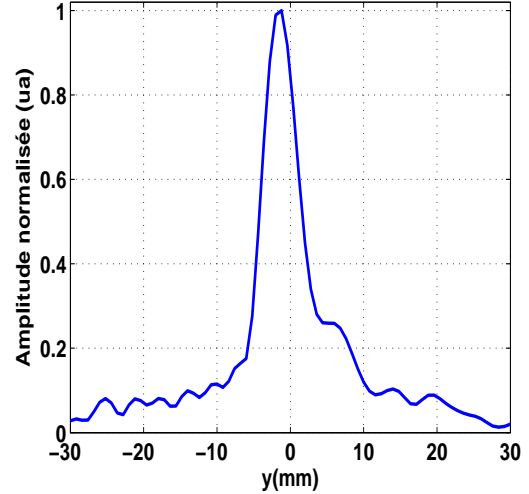
(a) Profil axial à 780 kHz



(b) Profil latéral à 780 kHz



(c) Profil axial à 800 kHz



(d) Profil latéral à 800 kHz

**Figure 2.35** – Caractéristiques de l'image filtrée correspondant à la focalisation à travers le cristal phononique solide à 780 kHz (a) profil axial et (b) profil latéral et à 800 kHz (c) profil axial et (d) profil latéral.

Mode de Bloch	$n = -2$	$n = -1$	$n = 0$
<b>Largeur à <math>-6</math> dB (mm)</b>	6, 2	6, 3	8, 98
<b>Indice de réfraction</b>	$-1, 73$	$-0, 98$	$-0, 23$
<b>Position axiale théorique (mm)</b>	20, 11	25, 76	68, 18
<b>Position axiale expérimentale (mm)</b>	23, 15	33, 23	53, 35

**Tableau 2.7** – LARGEURS ET POSITION DES IMAGES À 800 KHz EN FONCTION DU MODE DE BLOCH CONSIDÉRÉ.

Mode de Bloch	$n = -2$	$n = -1$	$n = 0$
<b>Largeur à <math>-6</math> dB (mm)</b>	6, 2	6, 3	8, 98
<b>Indice de réfraction</b>	$-1, 83$	$-1, 06$	$-0, 28$
<b>Position axiale théorique (mm)</b>	19, 7	24, 8	58, 3
<b>Position axiale expérimentale (mm)</b>	23, 0	32, 7	52, 5

**Tableau 2.8** – LARGEURS ET POSITION DES IMAGES À 780 KHz EN FONCTION DU MODE DE BLOCH CONSIDÉRÉ.

tification dans la zone image de la focalisation associée à chaque mode négatif nécessite un filtrage afin de séparer les vecteurs d'ondes axiaux des vecteurs d'ondes obliques dus à la réfraction positive aux interfaces de la lentille solide. Par ailleurs, les désaccords d'indice et d'impédance entre le cristal phononique et l'eau environnante ne permettent pas d'obtenir une image avec un niveau d'amplitude important (ni même d'atteindre une résolution sub-longueur d'onde). Il est toutefois difficile de distinguer les différentes images, en effet aux points de convergence des différents modes pour une incidence donnée s'ajoutent les points de convergence des différents rayons pour un mode donné.

## 2.8 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'étude de la réfraction négative des ondes de volume à travers les cristaux phononiques à matrice et inclusions solides. Très peu parmi les travaux sur les cristaux phononiques concernent la réfraction des ondes de volume dans un cristal

à matrice et inclusion solides. Traitant de la réfraction d'une onde quasi-longitudinale à l'interface entre le cristal phononique et un milieu solide extérieur, la première partie de cette étude constitue une étape importante dans la compréhension de la réfraction négative en milieu solide. L'onde incidente dans le cristal phononique se réfracte à l'interface solide en une onde longitudinale et une onde transversale dans le solide extérieur.

Pour avoir une seule polarisation dans le milieu de référence, le cristal est immergé dans l'eau. Ainsi aux surfaces du cristal phononique, l'onde quasi-longitudinale dans le cristal est couplée à l'onde longitudinale dans l'eau. La loi de Snell-Descartes généralisée permet de prendre en compte les modes de Bloch se propageant dans la lentille et couplés à l'eau. Dans la bande de réfraction négative, ces deux expériences confortent l'hypothèse de la réfraction négative d'une onde de volume dans un cristal phononique à matrice et inclusions solides.

L'introduction du modèle de diffraction par un réseau linéaire de sources constitue une autre approche permettant de traiter le cristal comme un milieu périodique avec un vecteur d'onde de module égal à celui issu de la courbe de dispersion. Dans ce cas, tout se passe comme si les propriétés caractéristiques du cristal étaient liées à l'interface. Par ailleurs la propagation des modes de Bloch donne lieu à une répartition non uniforme de l'énergie incidente sur les différents modes. Il se trouve que ni la loi de Snell-Descartes, ni le modèle de diffusion par un réseau linéaire de sources ne rend compte de cet aspect singulier lié à la périodicité dans le cristal phononique. Une interprétation associant la notion de milieu effectif à un mode de Bloch a été proposée.

L'effet lentille à travers un cristal phononique à matrice et inclusions solides est finalement observé. Un filtrage dans le domaine spatial permet de s'affranchir des faisceaux divergents dans la zone image.

In fine, cette étude montre que bien que plus pratique pour une intégration dans un démonstrateur, la transmission à travers le cristal phononique solide implique plusieurs modes de Bloch du fait du désaccord d'indice. Ceci limite l'aptitude du cristal solide désaccordé à la formation d'image et à l'obtention d'une résolution de l'ordre de la limite de diffraction. Dans la suite de l'étude au cours de laquelle l'aspect imagerie sera développée, nous utiliserons une lentille fluide proposée dans la littérature pour l'imagerie acoustique avec une seule polarisation ( $L$ ) et un seul mode de Bloch ( $n = 0$ ).



## Deuxième partie

# Réfraction négative et imagerie acoustique à travers une lentille fluide

---





*"Si le baobab existe encore de nos jours, c'est qu'il n'a pas cherché à résister aux vents."*

*Proverbe africain*

La seconde partie porte sur l'étude de la réfraction négative des ondes ultrasonores dans des cristaux fluides et son utilisation pour l'imagerie. Tout d'abord, le contexte et l'état actuel de la recherche dans ce domaine sont exposés. Ensuite, les cristaux phononiques fluides réalisés ainsi que le dispositif expérimental mis en œuvre sont présentés. Les structures de bandes correspondant à la propagation des ondes ultrasonores à travers les cristaux sont ensuite analysées de manière à déterminer les paramètres effectifs des cristaux (coefficients de transmission, indice de réfraction) et leur influence sur les images obtenues avec de tels systèmes.

## Chapitre 3

# Caractérisation expérimentale d'une lentille à matrice fluide

### 3.1 Introduction

L'étude de la réfraction négative à travers les cristaux phononiques est relativement récente et date du début des années 2000. La possibilité d'en observer les effets sur la focalisation des ultrasons a d'abord été mise en avant par *Yang et al.* [34] à travers un cristal phononique à matrice fluide constitué de sphères de carbure de tungstène immergées dans l'eau. Ce cristal à 3 dimensions permet la focalisation des ondes ultrasonores dans un substrat placé à l'interface de sortie. Ainsi, un point source de dimension de l'ordre de la longueur d'onde permet d'obtenir une image en sortie du cristal large d'au moins 5 longueurs d'onde. La focalisation des phonons à travers le réseau périodique  $3D$  étudié a lieu dans la bande passante au dessus de la première bande interdite totale (selon toutes les directions de propagation).

Les cristaux phononiques  $2D$  sont relativement simples à mettre en œuvre expérimentalement, et bénéficient d'une étude théorique simplifiée [3, 24, 35, 37]. Les cristaux fluides  $2D$  étudiés dans la littérature, sont constitués de diffuseurs solides (couramment des tiges d'acier) dans une matrice fluide (souvent de l'eau) avec une maille carrée ou triangulaire. La réfraction négative résultant de l'arrangement périodique est identifiée à partir de la

---

structure de bandes et des surfaces équi-fréquences.

Pour montrer la réfraction négative, *Ke et al.* [35] se sont intéressés à la déviation des ondes planes à travers une lentille fluide plane. Ceci a conduit à l'évaluation de son indice de réfraction effectif à une incidence donnée ( $6^\circ$ ). La focalisation à travers la lentille des rayons divergents issus du point focal d'un transducteur ultrasonore a aussi été montrée au cours de cette étude. L'expérience de focalisation fournit une image en sortie du cristal phononique large de quelques longueurs d'onde.

D'autre part, durant ses travaux de thèse [68], Sukhovich s'est intéressé à la réfraction négative à travers les cristaux phononiques, et en particulier à ses conséquences sur les lois de Snell-Descartes aux interfaces entre le cristal phononique constitué de tiges d'acier immergées dans l'eau. Cette étude détaillée a montré la possibilité de générer différents modes de propagation du fait de la périodicité du réseau. En choisissant une matrice fluide (méthanol) dont la masse volumique et la vitesse des ondes soient inférieures à celles de l'eau, il a été possible d'obtenir un accord d'indice entre le cristal phononique et l'eau. Dès lors, la focalisation des rayons en sortie du cristal a lieu en un point et la largeur latérale des images obtenues, bien que dépendant de la taille et de la position de la source excitatrice, peut être inférieure à la demi-longueur d'onde [3].

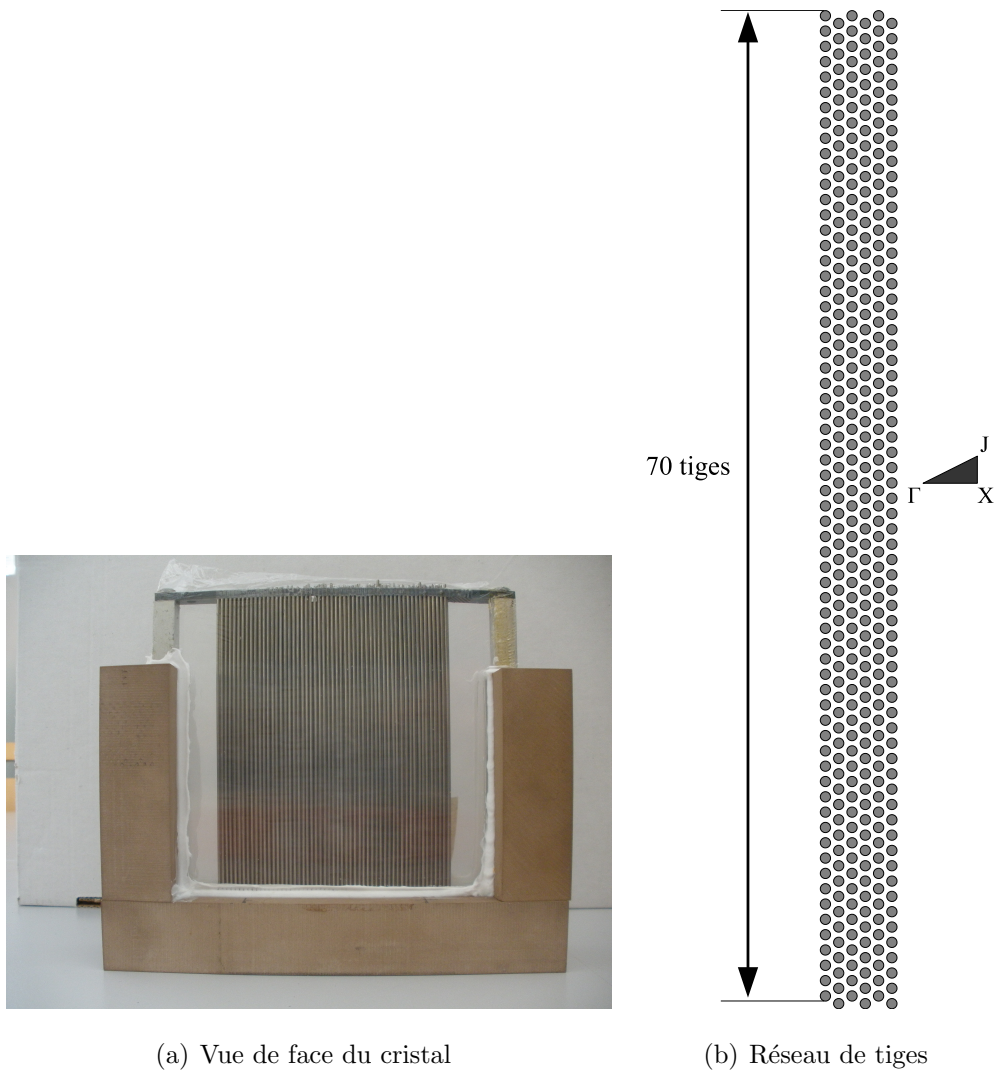
Se basant sur l'accord d'indice, ce chapitre présente une analyse de la réfraction négative à des fins d'imagerie en milieu acoustique fluide avec les cristaux phononiques  $2D$ . Tout d'abord, la structure de bandes issue de l'adaptation de la méthode PWE aux cristaux à matrice fluide est présentée. Ensuite, le cristal phononique fluide réalisé est caractérisé expérimentalement dans la bande de réfraction négative, à travers la détermination d'indices effectifs de réfraction ( $n_{eff}$ ), ainsi que l'évolution en fréquence des coefficients de transmission. Enfin, l'influence de ces paramètres sur les images obtenues pour un point source de l'ordre de la longueur d'onde est discutée.

---

## 3.2 Propagation à travers le cristal phononique à matrice fluide

### 3.2.1 Description du cristal phononique réalisé

L'étude de la focalisation à travers une lentille plate a été réalisée à partir d'un cristal phononique constitué de tiges cylindriques d'acier inoxydable de diamètre  $d = 1$  mm immergées dans du méthanol avec un pas de réseau  $a = 1,5$  mm. Comme pour le cristal solide, l'arrangement des diffuseurs dans la matrice se fait selon la maille de géométrie triangulaire. À ces paramètres de réseau correspond un taux de remplissage de 40,3 %. La photo du cristal phononique est présentée à la figure 3.1(a). Lors de la mise en œuvre expérimentale, le réseau triangulaire de trous est foré sur deux plaques de PVC. La découpe est effectuée à l'aide d'une machine à commande numérique travaillant avec une précision micrométrique (figure 3.1(b)). La structure est maintenue par deux montants verticaux en aluminium sur les extrémités des plaques de PVC afin de garder fixe la distance entre les deux plaques et d'éviter toute contrainte mécanique sur les tiges du réseau. Ces dernières sont ensuite placées dans les trous et maintenues par les plaques. La hauteur des tiges, 120 mm, est choisie grande devant la dimension du faisceau acoustique. Le réseau périodique est donc considéré comme un système  $2D$ . Le cristal fluide réalisé contient 6 rangées de 70 tiges immergées dans du méthanol, ce qui correspond à une épaisseur  $L = 7,5$  mm et une longueur de 105 mm. Pour assurer l'étanchéité du cristal, il est enroulé dans un film alimentaire plastique de  $10\ \mu\text{m}$  d'épaisseur. L'épaisseur du film est très inférieure aux longueurs d'ondes mises en jeu lors de l'étude (autour de 3 mm). Son influence sur la transmission à travers le cristal est donc négligée par la suite. Un trou de 5 mm de diamètre est percé sur la plaque de PVC supérieure. Il permet de remplir la lentille de méthanol ou de la vider à la fin des expériences. L'étanchéité de l'échantillon est assurée par un joint en silicone, essentiellement placé sur les extrémités afin d'éviter le transfert de fluides entre le cristal phononique et le milieu extérieur. Le plan de propagation est  $xy$ , l'axe  $z$  étant parallèle aux tiges. La direction de propagation principale des ondes ultrasonores à travers le cristal rectangulaire est  $\Gamma X$  (figure 3.1(b)).



(a) Vue de face du cristal

(b) Réseau de tiges

**Figure 3.1** – *Cristal phononique constitué de 6 rangées de tiges d'acier inoxydable disposées selon une maille triangulaire et immergées dans une matrice fluide.*

Le cristal phononique réalisé présente un contraste élevé de vitesse et de masse volumique entre les diffuseurs et les matrices (tableau 3.1). Ainsi, dans le cristal, l'onde se propage essentiellement dans la matrice, et est diffusée par les tiges d'acier en raison du fort coefficient de réflexion entre l'acier et le méthanol.

Matériaux	$c_L$ (m·s <sup>-1</sup> )	$c_T$ (m·s <sup>-1</sup> )	$\rho$ (kg·m <sup>-3</sup> )
<b>Eau</b>	1490	-	1000
<b>Méthanol</b>	1103	-	790
<b>Acier</b>	5800	2910	7890

**Tableau 3.1** – PROPRIÉTÉS DU MILIEU DE RÉFÉRENCE ET DES MATÉRIAUX CONSTITUANTS LE CRISTAL.

### 3.2.2 Structure de bandes théorique

La nature fluide du milieu donne lieu à une simplification de l'équation 2.1 [33] :

$$\nabla \cdot \left( \frac{\nabla p}{\rho} \right) + \frac{\omega^2}{\lambda} p = 0. \quad (3.1)$$

La relation 2.6 se met alors sous la forme :

$$\sum_G \sigma(\mathbf{G} - \mathbf{G}')(\mathbf{k} + \mathbf{G})(\mathbf{k} + \mathbf{G}')\phi_k(\mathbf{G}') = \omega^2 \sum_G \eta(\mathbf{G} - \mathbf{G}')\phi_k(\mathbf{G}'). \quad (3.2)$$

Comme précédemment les courbes de dispersion sont calculées à partir du système aux valeurs propres :

$$M\phi = \omega^2 N\phi. \quad (3.3)$$

Les fréquences propres du système  $\omega^2(k)$  sont déterminées en effectuant l'inversion de la matrice  $N$  et par le calcul des valeurs propres de la matrice  $N^{-1}M$  pour chaque vecteur de Bloch (Annexe A).

#### 3.2.2.1 Courbes de dispersion

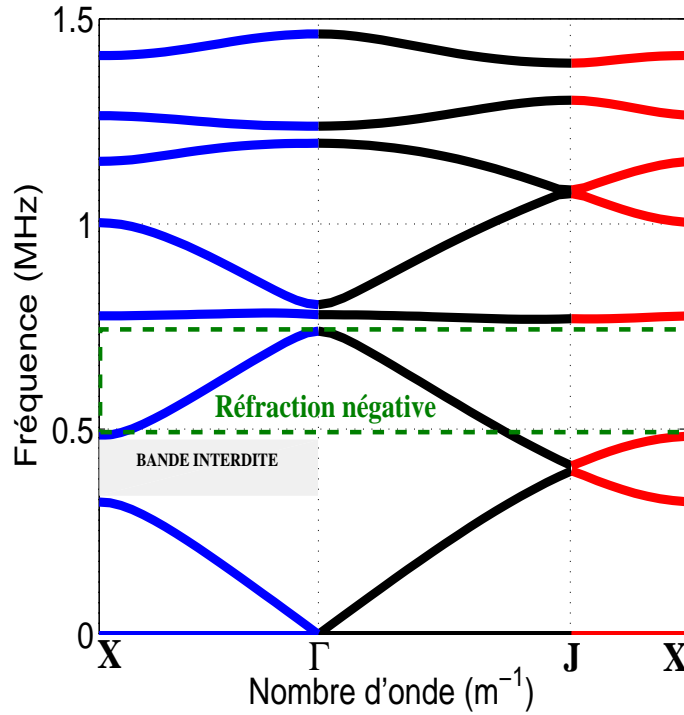
Pour un milieu périodique infini constitué de tiges d'acier de diamètre 1 mm disposées dans du méthanol selon une maille triangulaire avec un pas de 1,5 mm en utilisant les paramètres du tableau 3.1, le développement précédent conduit à la structure de bandes de la figure 3.2.

En basses fréquences, dans les directions de propagation  $\Gamma X$  et  $\Gamma J$ , l'onde acoustique se comporte dans le cristal comme dans un milieu quasi-homogène. En effet, les différentes longueurs d'onde sur cette première branche sont très supérieures à la taille des



diffuseurs. Le milieu est peu dispersif à ces fréquences et la vitesse de phase  $v_\varphi$  est dans la même direction que la vitesse de groupe  $v_g$ . De 0,30 à 0,46 MHz, une bande interdite est observable dans la direction de propagation  $\Gamma X$ . La partie réelle du nombre d'onde est constante, tandis que la partie imaginaire varie avec la fréquence. En sortie de bande interdite suivant  $\Gamma X$ , dans la gamme de fréquences 0,47 - 0,77 MHz, un suivi de la seconde branche fait apparaître que le module du nombre d'onde diminue quand la fréquence augmente dans les directions  $\Gamma X$  et  $\Gamma J$ .

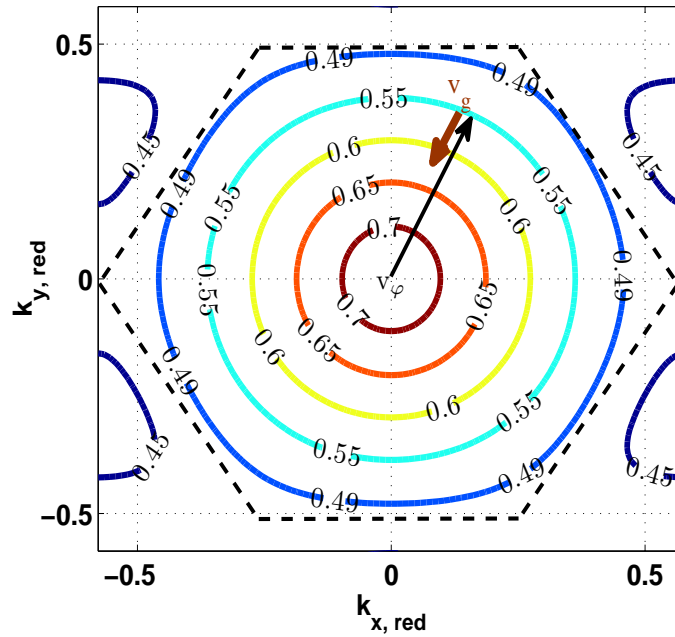
Cette branche correspond à de la réfraction négative et est isolée dans la première zone



**Figure 3.2** – Structure de bandes dans la première zone de Brillouin.

de Brillouin (rectangle vert, figure 3.2). Seul ce mode peut être excité. De plus, dans cette gamme de fréquences, les surfaces équi-fréquences sont circulaires par rapport au point de symétrie  $\Gamma$  (figure 3.3). Le vecteur indiquant la direction du transport de l'énergie et le vecteur d'onde dans le cristal sont de directions opposées, entraînant ainsi des propriétés de réfraction négative.

Ainsi, lorsque l'onde traverse le cristal immergé dans l'eau, la vitesse de phase est négative. De plus, la circularité des EFS indique que la vitesse de phase est indépendante



**Figure 3.3** – *Surfaces équi-fréquences : les nombres d'ondes sont ramenés à des coordonnées réduites par rapport au pas du réseau réciproque  $G$ .*

de la direction de propagation.

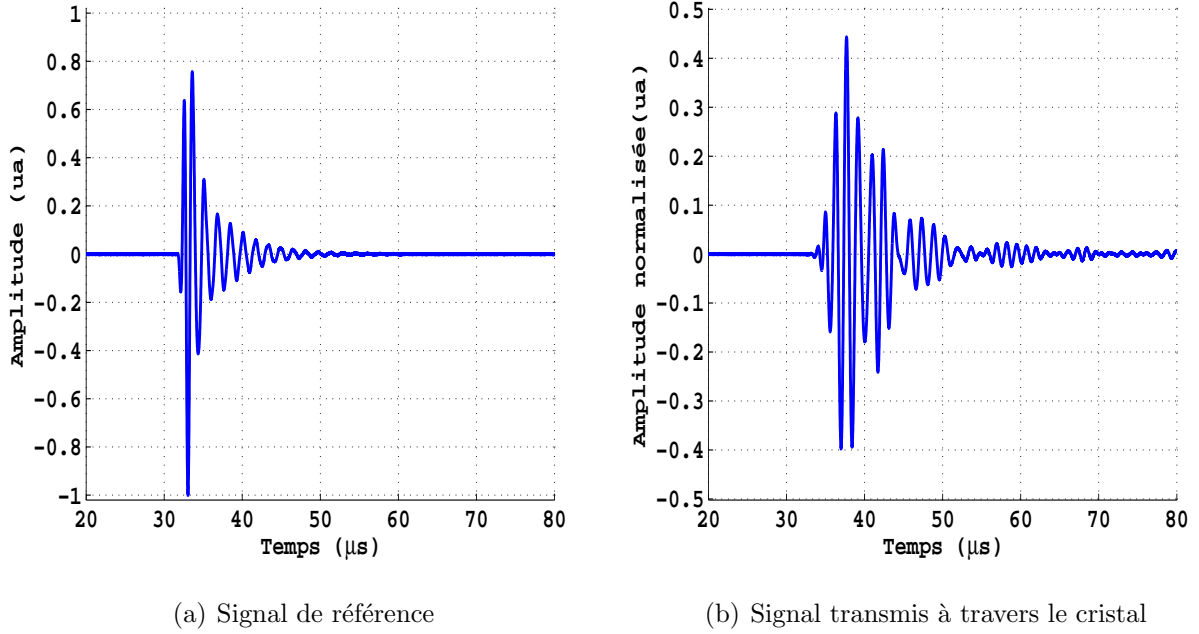
### 3.2.3 Spectre en transmission et structure de bandes

#### 3.2.3.1 Transmission à travers le cristal phononique

Le dispositif expérimental est celui présenté au paragraphe 2.4.1. Il est utilisé pour effectuer des mesures en transmission à travers le cristal à matrice méthanol. Des signaux impulsionnels successivement centrés aux fréquences 0,35 ; 0,45 ; 0,5 ; 0,6 et 1 MHz sont générés. Les signaux temporels de référence, correspondant à la propagation dans l'eau entre l'émetteur et le récepteur, et ceux issus de la transmission à travers le cristal phononique sont représentés sur la figure 3.4 et correspondent à une excitation bande étroite à 0,5 MHz. La durée du signal est choisie pour prendre en compte les trajets possibles dus aux multiples parcours de l'onde dans le réseau. En effet les différents trajets sont à l'origine d'un étalement du signal transmis à travers le cristal phononique, figure 3.4(b). Ce

signal est par ailleurs fortement atténué par rapport au signal de référence, figure 3.4(a).

Une transformée de Fourier est effectuée sur les signaux temporels. Elle permet de re-

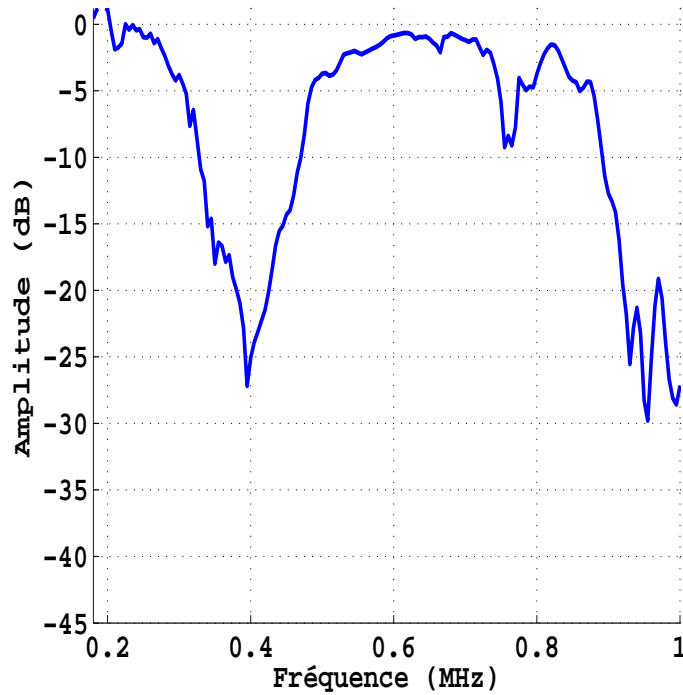


**Figure 3.4** – *Signal temporel de référence (a) et signal transmis à travers le cristal phononique en incidence normale suivant  $\Gamma X$  (b).*

présenter l'évolution de l'amplitude et de la phase des signaux en fonction de la fréquence.

L'atténuation du signal au cours de la propagation à travers le cristal phononique est évaluée en effectuant le rapport du module du spectre du signal transmis à travers le cristal par celui du signal de référence. La transmission normalisée suivant la direction de propagation  $\Gamma X$  est présentée sur la figure 3.5. La transmission est maximale dans la gamme de fréquences 0,2 - 0,34 MHz où les longueurs d'ondes sont grandes par rapport à la taille des diffuseurs. L'onde traverse alors le cristal comme un milieu homogène. Deux bandes de fréquences présentent une atténuation marquée. Elles encadrent une bande de transmission située entre 0,47 et 0,73 MHz.

La première bande fortement atténuée, la plus importante, est centrée autour de la fréquence 0,39 MHz. L'atténuation maximale obtenue à cette fréquence a une valeur de  $-27,2$  dB pour le cristal phononique de 6 rangées de tiges. La deuxième bande interdite identifiée à 0,76 MHz a une atténuation de  $-9,2$  dB. Enfin, proche de 0,95 MHz, une



**Figure 3.5** – *Spectre de transmission normalisé suivant  $\Gamma X$ .*

troisième bande atténuée à hauteur de  $-29,8$  est identifiée. Une relation simple permet d'estimer la fréquence centrale de la première bande interdite en fonction de la vitesse de propagation dans la matrice du cristal phononique [33]. En effet, l'atténuation est maximale pour les longueurs d'ondes correspondant au double de la distance réticulaire (distance entre deux plans de diffuseurs). Pour le cristal étudié, la distance séparant deux plans réticulaires dans la direction  $\Gamma X$  est  $a\sqrt{3}/2$ , avec  $a$  la périodicité du réseau. Ainsi la fréquence centrale de la bande interdite est donnée par la relation  $f = c_{meth}/a\sqrt{3}$ , avec  $c_{meth}$  la vitesse de phase dans le méthanol. La bande interdite prédite par cette formule est centrée à la fréquence  $0,42$  MHz, ce qui est en accord avec la valeur expérimentale. En effet, l'erreur relative est de  $7\%$ . Il faut noter que cette formule ne tient compte ni de la géométrie, ni de la taille des diffuseurs.

Du fait des interférences destructives entre l'onde directe et celles diffractées par les tiges, l'atténuation augmente avec l'épaisseur du cristal, conduisant pour un nombre élevé de rangées de diffuseurs, à une transmission quasi-nulle et une réflexion quasi-totale dans la bande interdite. Pour cette étude, le cristal phononique a des dimensions finies, et une partie de l'énergie incidente se propage à travers le cristal sous forme d'onde évanescence.

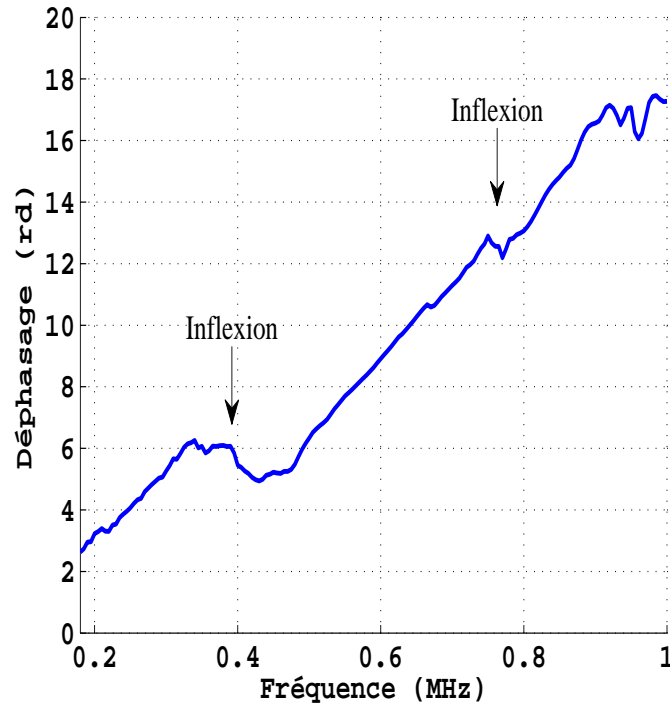
L'amplitude transmise dans la bande interdite est exponentiellement décroissante avec l'épaisseur [33], elle s'écrit sous la forme  $A_t = A_i \exp(-\kappa L)$ ,  $\kappa$  étant le coefficient d'atténuation et  $A_i$  l'amplitude de l'onde incidente. Les coefficients d'atténuation dans les trois bandes identifiées valent 132, 1 ; 58, 2 et 131  $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$  respectivement.

Le second paramètre expérimental caractéristique de la propagation à travers le cristal phononique est l'évolution de la phase au cours de la propagation. Celle-ci est reliée au vecteur d'onde dans la direction de propagation. L'information sur la phase est obtenue expérimentalement par analyse, dans le domaine de Fourier, des signaux issus de la transmission à travers le cristal. La phase du signal est extraite en fonction de la fréquence en résolvant les sauts de  $2\pi$  depuis les plus basses fréquences dans la bande passante du transducteur de mesure. Le déphasage spécifique au cristal s'obtient ensuite en retranchant la phase correspondant à la propagation dans une même épaisseur d'eau.

Soit  $D$  la distance entre le transducteur émetteur et le transducteur récepteur, et  $L$  l'épaisseur du cristal. La phase totale de l'onde après propagation à travers le cristal phononique est  $\varphi = k_{cp}L + k_e(D - L)$ . De cette relation, nous déduisons la courbe de dispersion  $f(k_{cp})$  ainsi que la vitesse de phase  $v_\varphi = \omega/k_{cp}$  dans le cristal phononique. La figure 3.6 montre le déphasage induit par le cristal phononique en fonction de la fréquence. Dans la bande de fréquences étudiée, la phase varie selon trois pentes. Une première pente, située entre 0,2 - 0,34 MHz, est suivie d'un plateau autour de 0,4 MHz. Une seconde pente s'étend sur la gamme de fréquences allant de 0,47 à 0,75 MHz. Cette pente est brisée par une autre inflexion (ou plateau) centrée à 0,76 MHz. La dernière pente se situe de 0,78 à 0,92 MHz.

De la phase, nous pouvons à présent déterminer la relation de dispersion, qui pour les matériaux périodiques est d'une grande importance. En particulier, elle permet d'identifier les bandes de fréquences permises et les vecteurs d'ondes associés, les bandes interdites, ainsi que les effets qui peuvent découler de ces deux propriétés : filtrage et guidage des ondes.

La figure 3.7 présente une comparaison entre les structures de bandes théorique et expérimentale du cristal phononique suivant  $\Gamma X$ . Dans la bande passante du transducteur et, en particulier, dans bande de réfraction négative, les résultats théoriques sont en accord avec les résultats expérimentaux. Confirmant ainsi les travaux de *Van Der Biest* [33]

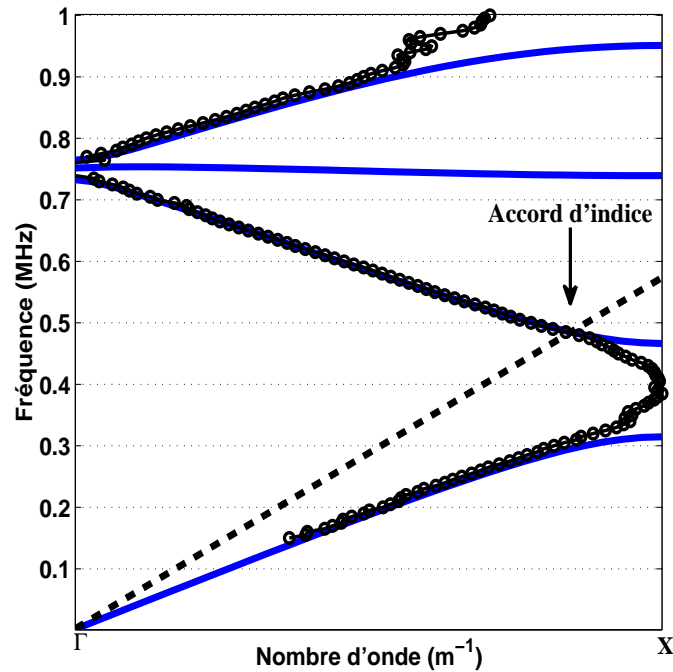


**Figure 3.6** – *Phase cumulée lors de la propagation à travers le cristal suivant la direction de propagation  $\Gamma X$ .*

qui indiquent qu'un petit nombre de rangées suffit pour que les phénomènes résultant de la périodicité du milieu s'établissent. Cependant, en bordure de bande interdite, les deux courbes divergent d'une part du fait des dimensions finies du cristal réalisé, et du peu de signal transmis d'autre part. En effet, une faible transmission du signal entraîne une erreur sur l'estimation de la phase et donc de la structure de bande.

Les fréquences supérieures à 0,95 kHz, se situent en limite de la bande passante du transducteur ultrasonore, pouvant entraîner une dégradation du rapport signal sur bruit. De plus, la pente de la courbe de dispersion tend à être nulle (bande horizontale), plusieurs nombres d'ondes sont associés à une fréquence fixe, ce qu'il n'est pas possible de quantifier à partir de nos mesures.

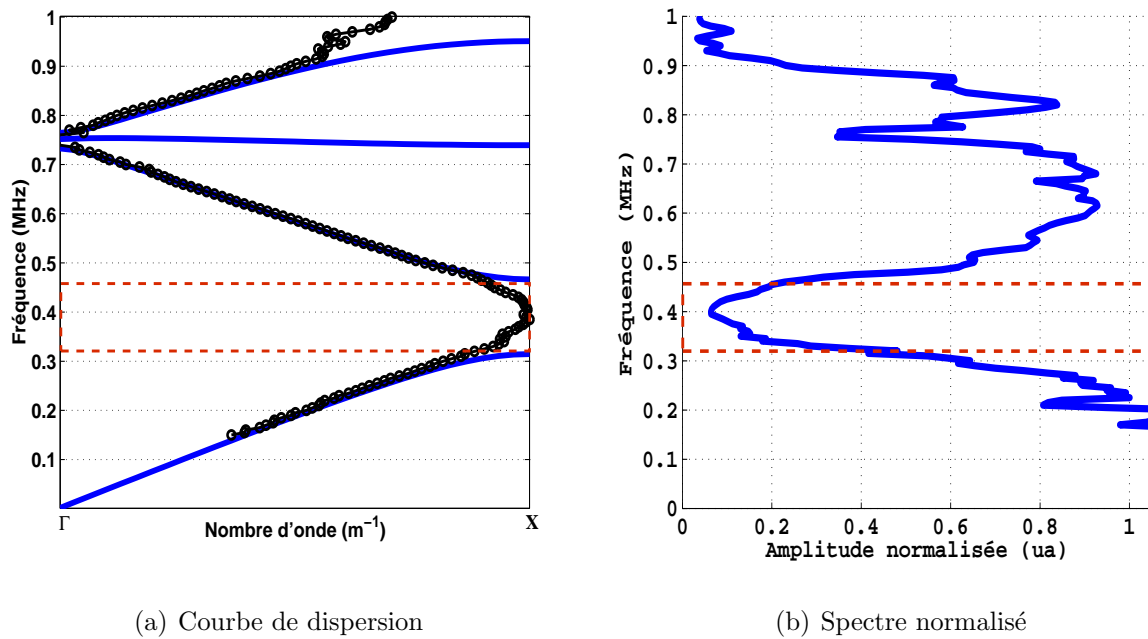
Il existe une fréquence particulière pour laquelle la droite des nombres d'onde de l'onde ultrasonore se propageant dans l'eau coupe la seconde branche (figure 3.7). Au point d'intersection, les vitesses de phase de l'onde dans le cristal phononique et dans l'eau sont égales en valeur absolue :  $|v_\varphi| = |c_e|$ . La loi de Snell-Descartes à l'interface entre le cristal phononique et l'eau permet donc de définir un indice effectif  $n = \frac{v_\varphi}{c_e} = -1$ . L'accord



**Figure 3.7** – Structures de bandes expérimentale et théorique suivant  $\Gamma X$ .

d'indice a lieu dans le cas du cristal fluide à matrice méthanol à la fréquence 0,49 MHz.

La figure 3.8 compare la structure de bande ainsi que le spectre de transmission correspondant à la propagation à travers le cristal. Les deux courbes montrent une bonne correspondance dans le positionnement fréquentiel des bandes de transmission et des bandes interdites suivant  $\Gamma X$ . Par exemple, en se référant à la courbe de dispersion et au spectre de transmission normalisée, il est possible de remarquer que la bande de transmission interdite est centrée autour de 0,39 MHz dans les deux cas. Dans les chapitres 1 et 2, nous avons montré que pour atteindre les performances de l'équivalent acoustique de la lentille main gauche de *Veselago* et *Pendry* [2, 11], il est nécessaire d'avoir d'une part, un milieu effectif dont l'indice est égal, en valeur absolue, à l'indice du milieu de référence et, d'autre part, d'avoir un accord d'impédance entre la lentille et le milieu de référence. Dans le cas présent, la figure 3.7 montre que la première condition est vérifiée à la fréquence de 0,49 MHz. L'étude expérimentale de cette première condition a déjà fait l'objet de travaux [3, 38, 68], que nous reprenons et complétons avec l'étude de la dispersion et de l'indice de réfraction du cristal. L'originalité de notre étude concerne la seconde condition : l'accord d'impédance entre le cristal phononique et le milieu environnant.



**Figure 3.8** – *Courbes de dispersion et spectre de transmission normalisé suivant la direction  $\Gamma X$ .*

### 3.3 Coefficients de transmission angulaires et indice de réfraction

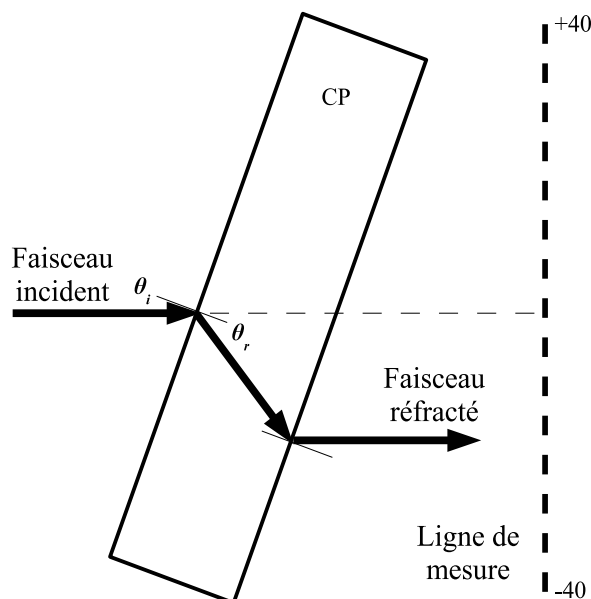
Pour effectuer cette étude dans la bande de réfraction négative, le cristal phononique est considéré, à fréquence et angle donnés, comme un milieu effectif. Le coefficient de transmission, la vitesse de phase et l'indice de réfraction sont mesurés en fonction de la direction de propagation dans le cristal. Les paramètres effectifs obtenus font l'objet d'une comparaison avec les valeurs théoriques associées.

#### 3.3.1 Description de l'expérience

Les expériences sont effectuées à l'aide du dispositif expérimental décrit au paragraphe 2.4.1. Le cristal phononique est disposé sur un support autorisant une rotation de 0 à 30° par pas de 1°. Les angles d'incidence choisis correspondent à une propagation allant de la direction  $\Gamma X$  à la direction  $\Gamma J$ . Pour cette expérience, l'axe du support coïncide



toujours avec l'axe passant par le centre du cristal phononique. Ce dernier est placé entre le transducteur émetteur et l'hydrophone de mesure. Ainsi l'onde plane issue du transduc-



**Figure 3.9** – *Principe de mesure pour un cristal incidence oblique.*

teur atteint la première interface sous l'angle d'incidence  $\theta_i$  correspondant à la rotation du support. L'onde est ensuite réfractée dans le cristal avec un angle  $\theta_r$  donné par la loi de Snell-Descartes. Après propagation dans le cristal, elle atteint la seconde interface avec une inversion des angles d'incidence et de réfraction initiaux. Le champ de pression est mesuré en sortie du cristal le long d'une ligne perpendiculaire au faisceau incident (axe du transducteur). La ligne de mesure est de 80 mm, soit 4 fois le diamètre du transducteur émetteur. Un pas de 1 mm est choisi pour l'étude des ondes planes propagatives. L'excitation est une impulsion générée à l'aide du RITEC-SNAP. La fréquence centrale du transducteur est de 0,5 MHz, valeur proche de la fréquence d'accord d'indice entre le cristal et le milieu environnant.

### 3.3.2 Coefficients de transmission en fonction de l'angle d'incidence

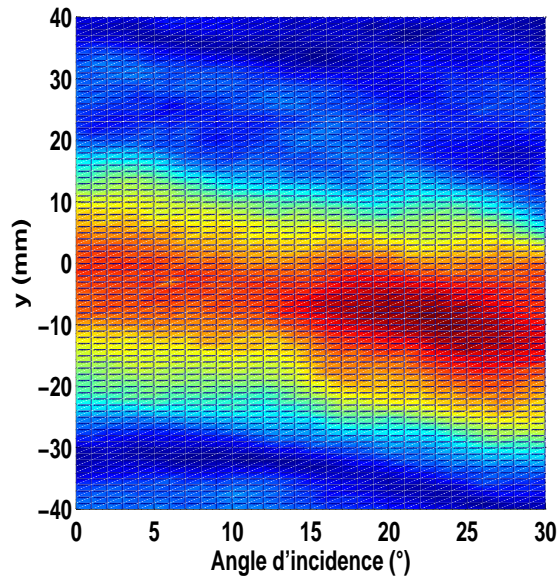
L'intérêt est porté ici sur l'amplitude de l'onde transmise et son évolution en fonction de l'angle d'incidence. Ainsi, les paramètres étudiés sont le coefficient de transmission en fonction de la fréquence, ainsi que sa variation selon la direction de propagation.

L'amplitude de l'onde transmise est représentée en fonction de l'incidence pour différentes fréquences dans la bande de réfraction négative (figure 3.10).

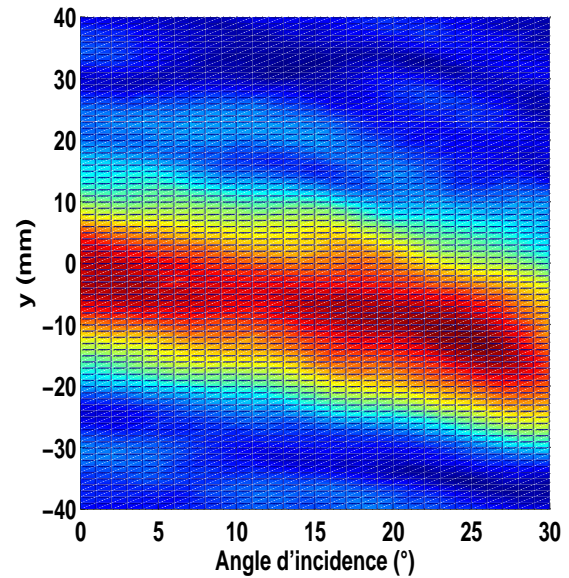
Il apparaît que le faisceau incident est dévié pour toutes les fréquences considérées, avec une déviation qui est fonction de la fréquence. De plus, pour les fréquences 0,60 et 0,65 MHz, en accord avec les courbes de dispersion, il existe des angles d'incidence pour lesquels aucune onde ne se propage à travers le cristal phononique. Pour mieux comprendre la déviation et l'amplitude des faisceaux à travers le cristal (figure 3.10), l'analyse porte à présent sur le maximum d'amplitude du faisceau réfracté pour les différents angles d'incidence.

La figure 3.11 montre l'amplitude maximale (normalisée) de l'onde transmise. Cette amplitude augmente avec la fréquence, ce qui indique un meilleur accord d'impédance entre le cristal phononique et l'eau. Au voisinage de la fréquence d'accord, l'amplitude transmise est constante quel que soit l'angle d'incidence. Pour tous les angles d'incidence, le signal est transmis de façon égale; on parle alors de All-Angle-Negative-Refraction (AANR). C'est à cette fréquence particulière (0,49 MHz dans le cas de notre étude) que l'image sera optimale, le cristal phononique pouvant permettre d'atteindre une résolution sub-longueur d'onde en champ proche [11]. Cependant, il est à noter un désaccord d'impédance important entre le cristal phononique et l'eau puisque la transmission est de l'ordre de 20 %.

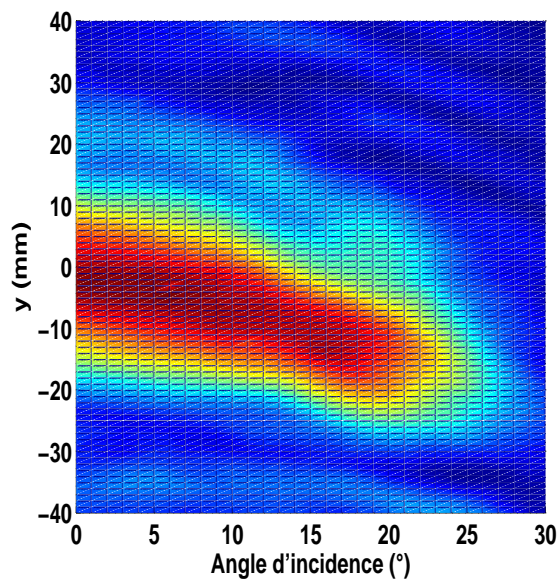
Malgré une légère diminution pour les angles compris entre 25 et 30 °, l'amplitude est aussi quasi-constante à la fréquence 0,55 MHz, et s'élève à 0,40. Il n'y a cependant ni accord d'indice, ni accord d'impédance à cette fréquence. À mesure que la fréquence croît dans la bande de réfraction négative, la valeur maximale du coefficient de transmission augmente, toutefois la plage angulaire dans laquelle le coefficient est constant se réduit. En effet, le coefficient de transmission chute rapidement au delà d'un angle dit « critique ». Ce dernier est défini comme l'angle d'incidence pour lequel l'amplitude transmise est à



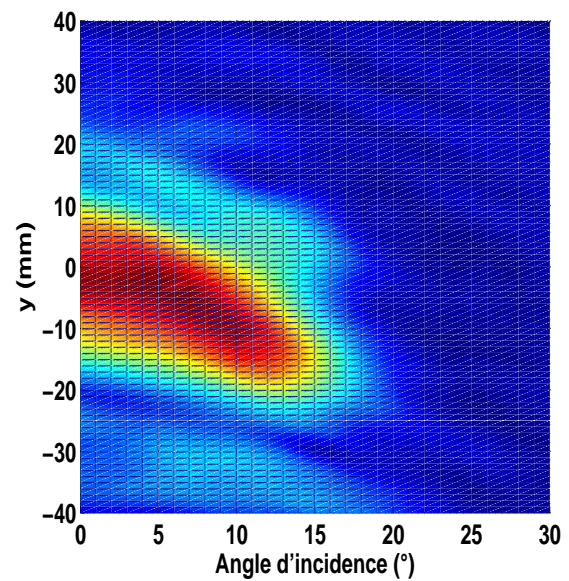
(a) 0,49 MHz



(b) 0,55 MHz



(c) 0,60 MHz

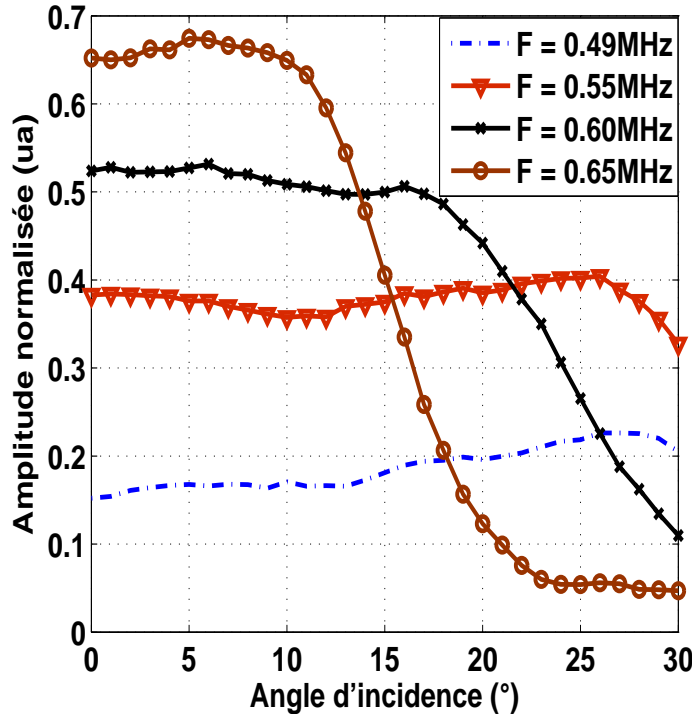


(d) 0,65 MHz

**Figure 3.10** – *Faisceau transmis à travers le cristal phononique dans la bande de réfraction négative en fonction de la direction de propagation (a) 0,49 MHz; (b) 0,55 MHz; (c) 0,60 MHz et (d) 0,65 MHz.*

−6 dB de sa valeur maximale. Ainsi à 0,60 MHz, l'amplitude maximale est de 0,52 et l'angle critique évalué expérimentalement vaut  $26^\circ$ . À 0,65 MHz, cet angle est réduit à  $16^\circ$ , pour une transmission maximale atteignant 0,66.

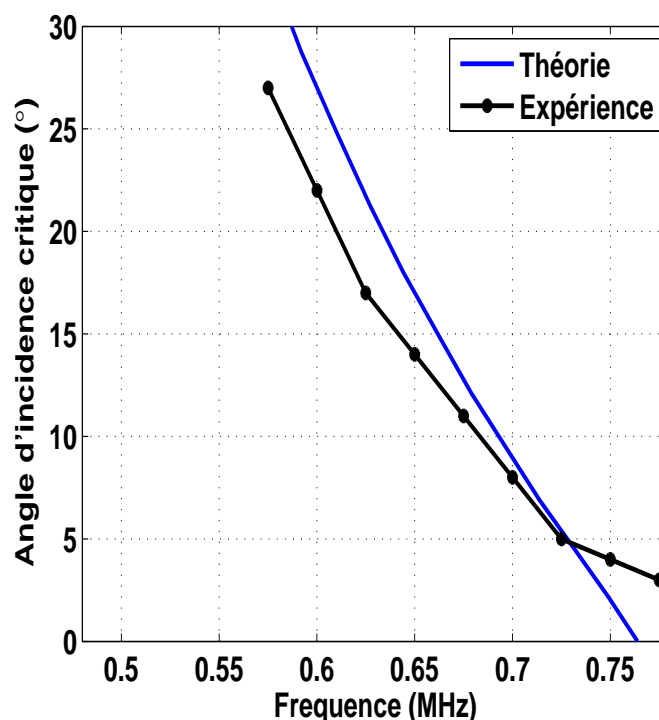
La figure 3.12 présente l'évolution de l'angle d'incidence critique en fonction de la fré-



**Figure 3.11** – Coefficients de transmission (amplitude) en fonction de l'angle d'incidence dans la bande de réfraction négative .

quence. Les angles critiques expérimentaux sont comparés aux valeurs théoriques déduites de la relation  $\theta_c = \arcsin |n_{eff}|$ . L'angle d'incidence critique diminue lorsque la fréquence augmente. L'erreur relative dans la détermination de cet angle est maximale pour un faible coefficient de transmission, pour 0,55 MHz et 0,60 MHz. Les valeurs théorique et expérimentale différentes en bordure de bande s'apparentent aux écarts observés sur les structures de bandes théorique et expérimentale.

Finalement, à la fréquence d'accord, les rayons incidents entre 0 et  $30^\circ$  participent uniformément à la formation de l'image à hauteur de 20 à 30 % de l'amplitude du signal incident. Ceci n'est plus vrai aux fréquences supérieures, pour lesquelles les rayons incidents avec un angle  $\theta_i > \theta_c$  sont majoritairement réfléchis à l'interface du cristal [73].



**Figure 3.12** – Évolution fréquentielle de l'angle d'incidence critique dans la bande de réfraction négative .

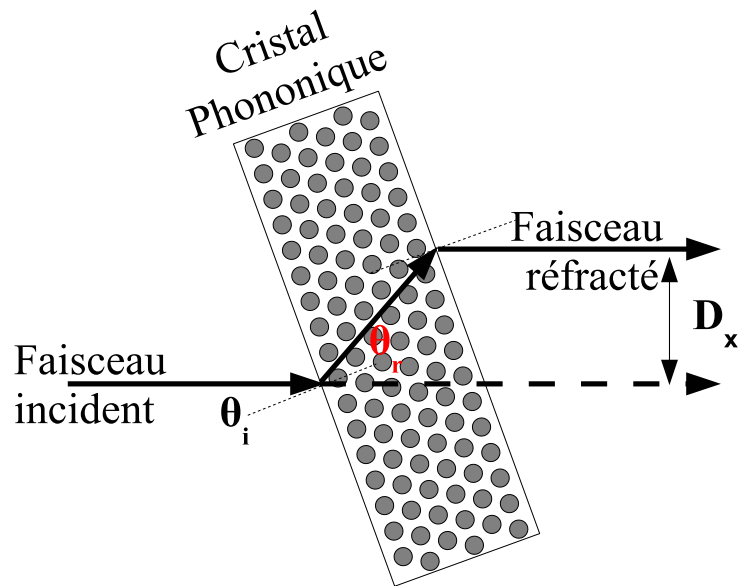
### 3.3.3 Détermination de l'indice de réfraction

En incidence oblique dans la bande de réfraction négative, le décalage subi par le faisceau lors de propagation à travers le cristal (figure 3.13) est donné par la relation :

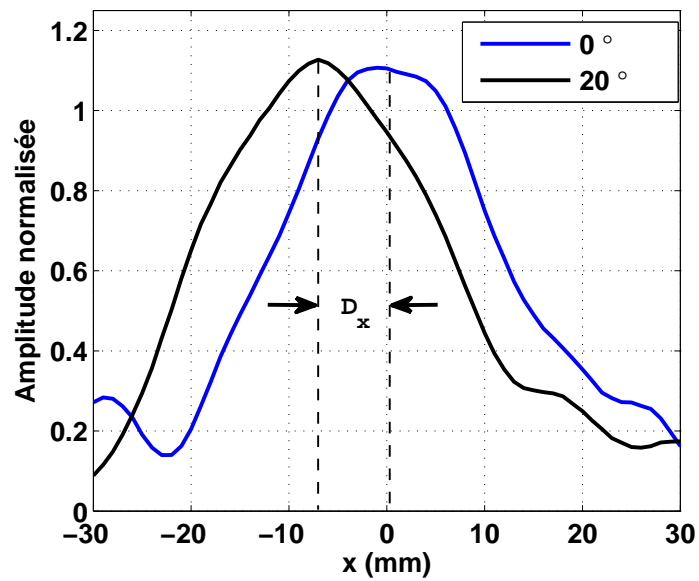
$$D_x = L \cos \theta_i (\tan \theta_r + \tan \theta_i). \quad (3.4)$$

La déviation est évaluée à partir de l'écart (figure 3.10) entre les maxima d'amplitudes du faisceau réfracté et du faisceau en incidence normale. La figure 3.14 présente le principe de détermination de la déviation expérimentale à la fréquence 0,55 MHz pour un angle d'incidence de 20°. La valeur obtenue est  $D_x = 8,5$  mm.

L'évolution de la déviation en fonction de l'angle d'incidence est présentée sur la figure 3.15 pour les fréquences 0,49 - 0,55 - 0,60 et 0,65 MHz respectivement. La déviation observée augmente avec la fréquence et l'angle d'incidence. L'équation 3.4 est utilisée pour déterminer l'angle de réfraction expérimental. Concernant les valeurs théoriques,



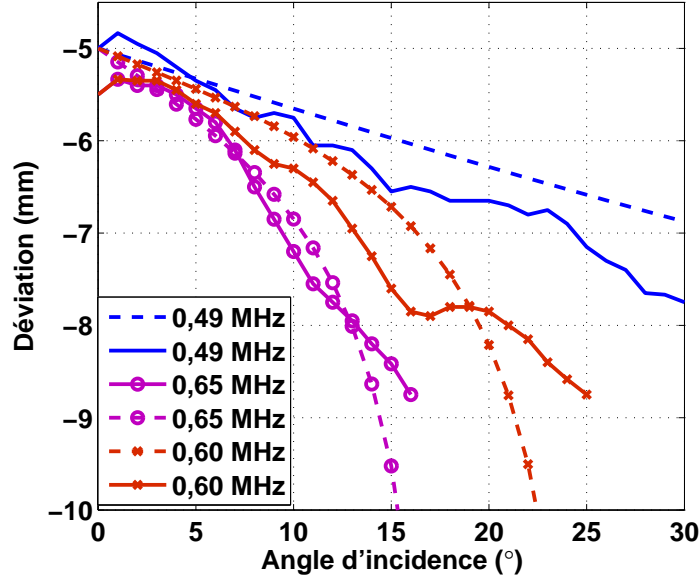
**Figure 3.13** – Déviation d'un faisceau incident à travers le cristal phononique en incidence oblique



**Figure 3.14** – Détermination expérimentale de la déviation du faisceau transmis pour une incidence donnée.

l'indice de réfraction effectif est lié à  $\theta_i$  et  $\theta_r$  par la relation :

$$n_{eff} = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r}. \quad (3.5)$$



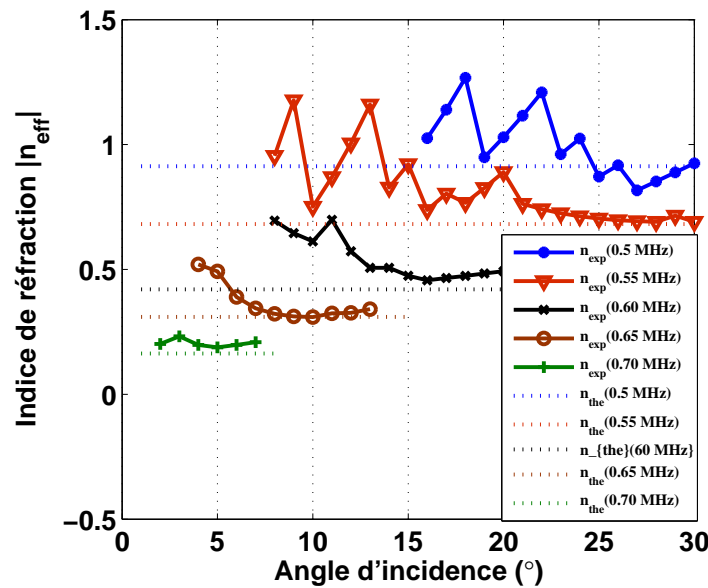
**Figure 3.15** – Déviations expérimentales (trait plein) et théoriques (pointillés) du faisceau pour différentes fréquences en fonction de l'angle.

L'indice de réfraction effectif dans la bande de réfraction négative s'écrit par ailleurs :

$$n_{eff} = k_{cp} \frac{c_e}{\omega}, \quad (3.6)$$

Ainsi l'indice est déduit de la relation 3.6, et ces valeurs sont introduites dans l'équation 3.5 pour déterminer les déviations théoriques (angles théoriques) présentés à la figure 3.15. Malgré le caractère bruité des données expérimentales, la tendance est corroborée par les courbes théoriques.

Pour finir, les indices effectifs du cristal phononique dans la bande de réfraction négative sont comparés aux indices théoriques constants à une fréquence donnée (figure 3.16). Pour les fréquences 0,49 et 0,55 MHz et  $\theta_i$  inférieur à  $10^\circ$ , la valeur de l'indice oscille autour d'une moyenne proche de la valeur théorique. Ces variations peuvent être liées à l'évaluation imprécise de faibles déviations. Ainsi, les valeurs mesurées de l'indice se resserrent autour des valeurs théoriques pour les angles supérieurs à  $15^\circ$ . Pour les fréquences 0,60 et 0,65 MHz, la détermination de l'indice est plus précises et proche des valeurs théoriques.



**Figure 3.16** – Indices effectifs du cristal en fonction de l'angle d'incidence à 0,49 MHz ; à 0,55 MHz ; à 0,60 MHz et 0,65 MHz.

### 3.4 Conclusion

Ce chapitre a porté sur la caractérisation d'un cristal phononique constitué d'une matrice en méthanol et de diffuseurs cylindriques en acier. Le rapport de 5 entre les vitesses de propagation des ondes longitudinales dans les deux milieux, ainsi que le fort contraste (10) de masses volumiques entre les constituants donnent lieu au phénomène de réfraction négative dans la gamme de fréquence  $[0,47 - 0,77]$  MHz. L'étude a permis la caractérisation expérimentale du cristal phononique. Il a, en particulier, été montré que le cristal phononique réalisé correspondait aux attentes du point de vue de la position des bandes interdites et de la bande de réfraction négative. De plus, dans cette gamme fréquentielle, l'accord d'indice a lieu à la fréquence  $f = 0,49$  MHz avec une transmission de 20 %. Ces travaux vont maintenant être exploités dans un objectif d'imagerie ultrasonore.

En effet, immergé dans l'eau, milieu de référence d'indice unitaire, ce cristal présente un accord d'indice à la fréquence 0,49 MHz : le nombre d'onde dans l'eau est égal au nombre d'onde dans le cristal. La déviation du faisceau incident dans la bande de réfraction négative en fonction de la direction de propagation a permis de déterminer les valeurs du coefficient de transmission ainsi que l'évolution de l'indice effectif du cristal.



Le coefficient de transmission augmente avec la fréquence alors que le module de l'indice effectif décroît. De ces deux paramètres dépendent la dynamique et la position des images fournies par la lentille. Pour les fréquences supérieures considérées, l'impédance du cristal phononique tend vers celui du milieu de référence.

Nous verrons dans le prochain chapitre l'influence des caractéristiques de la lentille sur les images formées à travers la lentille, puis évaluerons ses performances en tant que système d'imagerie acoustique.

---

## Chapitre 4

# Formation d'image à l'aide d'une lentille à matrice fluide

Dans les précédents chapitres, nous nous sommes attachés à mettre en relief les propriétés des lentilles acoustiques à base de cristaux phononiques solides puis fluides. À présent, nous abordons l'aspect imagerie à travers la lentille fluide. Tout d'abord, une étude paramétrique du champ image d'une source ponctuelle à travers la lentille est effectuée. Ensuite, le champ image associé à des objets étendus (de dimensions supérieures à la longueur d'onde) est analysé à la lumière des propriétés de la lentille.

### 4.1 Introduction

Les dispositifs d'imagerie basés sur les cristaux phononiques et la réfraction négative concernent une imagerie de champ proche, du fait des faibles distances de propagation dans le milieu extérieur (de l'ordre de l'épaisseur de la lentille) [20, 37]. Dans le cas idéal d'un accord d'indice entre le cristal phononique et le milieu de référence, une compensation de phase est automatiquement apportée à toutes les composantes spectrales de l'onde incidente. Il en découle ainsi une amélioration de la qualité des images à travers la lentille.

Dans la littérature, une résolution sub-longueur d'onde ( $< \lambda/2$ ) est obtenue à l'aide de

---

sources de petites tailles par rapport à la longueur d'onde ( $\lambda/5$ ) [3, 38, 40]. Cependant, la principale limitation jusqu'alors observée est la rupture d'impédance entre les cristaux phononiques et l'eau. Ainsi, l'écart d'amplitude entre le point source et l'image correspondante est de l'ordre de 70 %.

La première partie du chapitre, aborde les effets du cristal phononique sur l'image d'une source ponctuelle en fonction de la distance  $d_S$  entre la source et l'interface d'entrée de la lentille. Ensuite le champ image est étudié pour différentes combinaisons de points sources ainsi que des sources étendues par rapport à la longueur d'onde afin de déduire les performances du dispositif d'imagerie. Pour finir, une mesure de champ dans le plan parallèles aux interfaces est présentée pour des objets de taille supérieure à la longueur d'onde.

## 4.2 Caractérisation du stigmatisme de la lentille fluide

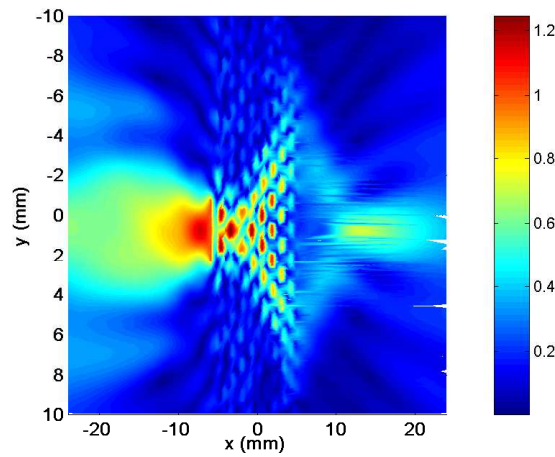
### 4.2.1 Paramètres du dispositif d'imagerie

À l'aide du code de calcul ATILA [74], la lentille plate précédemment décrite est modélisée. La longueur de la lentille est de 30 mm, soit  $20a$  ( $a$  le pas du réseau) avec une épaisseur  $L$  variable. La direction principale de propagation dans la lentille est  $\Gamma X$ . Le maillage est effectué uniquement dans le méthanol autour des tiges et dans l'eau avec 6 éléments quadratiques par longueur d'onde. Les pertes dans le réseau périodique sont prises égales à 1 %. Toutes les simulations sont effectuées à la fréquence d'accord, 0,49 MHz ( $\lambda = 3$  mm)

Dans un premier temps, une ligne source de dimension  $1,37\lambda$ , parallèlement à l'interface d'entrée de la lentille, est placée à la distance  $d_S = 0,83$  mm ( $0,28\lambda$ ). Cette ligne source peut être considérée comme infiniment mince pour vérifier la condition d'Abbe avec le système d'imagerie. Le cristal est constituée de 8 rangées de diffuseurs dans l'épaisseur,  $L = 10,09$  mm. Le champ image associé est représenté à la figure 4.1. Le principe de focalisation des rayons incidents issus d'une source ponctuelle reste valable dans le cas d'une ligne source dans l'axe transverse à la lentille. Ainsi, la distance entre la source et

l'image correspondante est égale au double l'épaisseur de la lentille ( $D = 2L$ ).

Cette configuration permet de déterminer le grandissement latéral suivant l'axe  $y$ , comme défini dans le chapitre introductif (paragraphe 1.1.3.2). Il est donné par le rapport des dimensions de l'image et de la source. La taille de l'image est ici prise égale à la largeur latérale à mi-hauteur ( $-6$  dB). Le grandissement latéral est de  $37,22\%$ , cette valeur correspond à un rétrécissement de l'objet ( $0,51\lambda$ ) par rapport à sa taille initiale. La condition d'Abbe n'est donc pas satisfaite par la lentille à base de cristal phononique.



**Figure 4.1** – *Ligne source parallèle à l'interface en champ proche.*

Pour évaluer le grandissement axial, la ligne source est à présent placée perpendiculairement à l'interface, suivant l'axe  $x$  (figure 4.2). L'extrémité de la ligne la plus proche de la lentille est à  $0,28\lambda$  de l'interface. La distance entre la source et l'image reste égale au double de l'épaisseur de la lentille. Le grandissement axial ( $1,26\lambda$ ) est de  $91,97\%$  par rapport à la taille de la source. La lentille acoustique à base de cristal phononique satisfait ainsi la condition d'Herschel.

À l'aide des expériences réalisées avec des objets minces disposés perpendiculairement et parallèlement à l'axe de la lentille, les deux critères sur les systèmes d'imagerie centrés ont été évalués. En rappel, ces deux critères ne peuvent être réalisés simultanément. Par conséquent, seule la condition d'Herschel est ici vérifiée, ce qui entraîne une taille axiale d'image comparable à celle de l'objet.

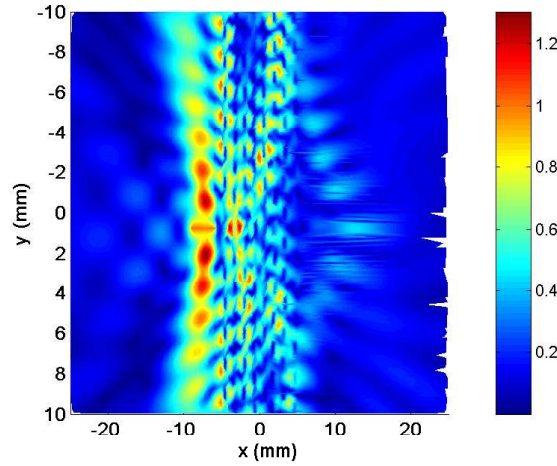


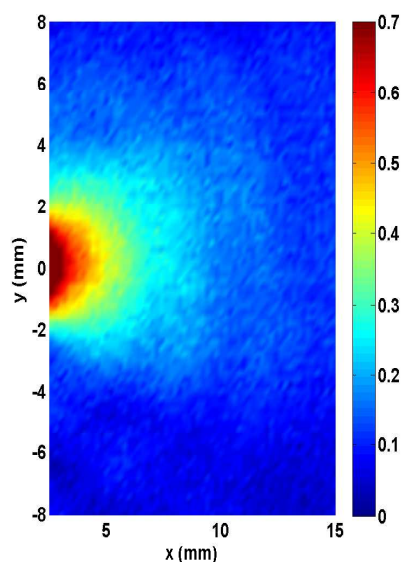
Figure 4.2 – *Ligne source perpendiculaire à l'interface de la lentille.*

### 4.3 Imagerie de sources ponctuelles : évaluation de la résolution

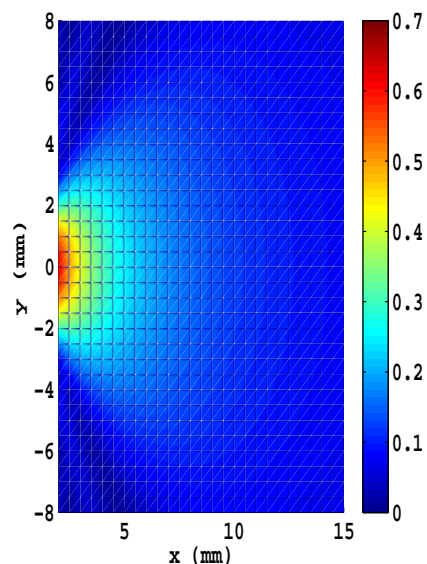
Ce paragraphe aborde les situations d'une ou plusieurs sources et décrit l'effet de leurs positions et de la fréquence sur les images obtenues.

#### 4.3.1 Point source expérimental : le pinducer

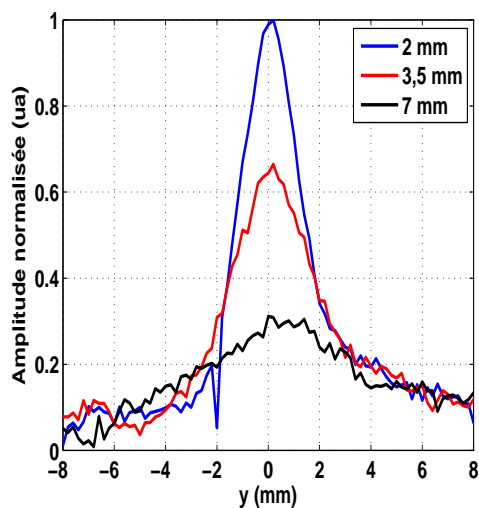
Un pinducer est un émetteur d'ondes ultrasonores de petite taille comparé aux transducteurs piézoélectriques classiques à immersion (Annexe B). Ces transducteurs miniatures ont d'abord été élaborés pour des applications à ondes de choc, avant d'être récemment adaptés à l'émission-réception d'ondes acoustiques. Le pinducer utilisé dans les expériences présentées est fourni par Valpey Fisher<sup>TM</sup>, et sa fabrication associe les techniques classiques de fabrication utilisées pour le contrôle non destructif : lame d'adaptation quart d'onde favorisant le transfert d'énergie et un milieu arrière très dense permettant d'augmenter la largeur de bande. Il est constitué d'un élément piézoélectrique encapsulé dans un tube en acier de 2,4 mm de diamètre. Les dimensions de l'élément actif n'étant pas données, la mesure de son diagramme de rayonnement permet d'estimer son diamètre effectif à 2,2 mm. Ce dernier est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde des ultrasons



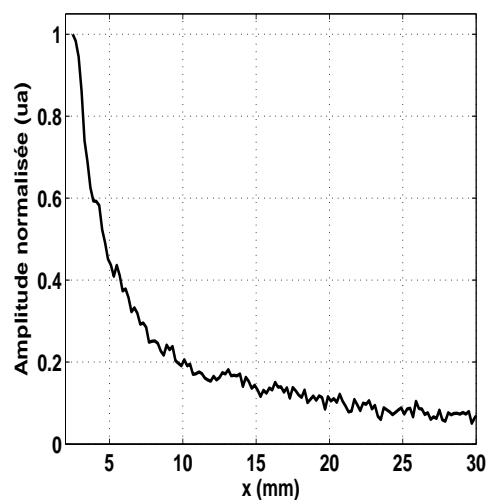
(a) Diagramme expérimental



(b) Diagramme théorique



(c) Coupes latérales du champ



(d) Coupe axiale du champ

**Figure 4.3** – Diagrammes de rayonnement expérimental (a) et théorique (b) d'un pinducer de  $0,73\lambda$  de diamètre. Coupes latérales (c) et axiale (d) du diagramme de rayonnement expérimental.

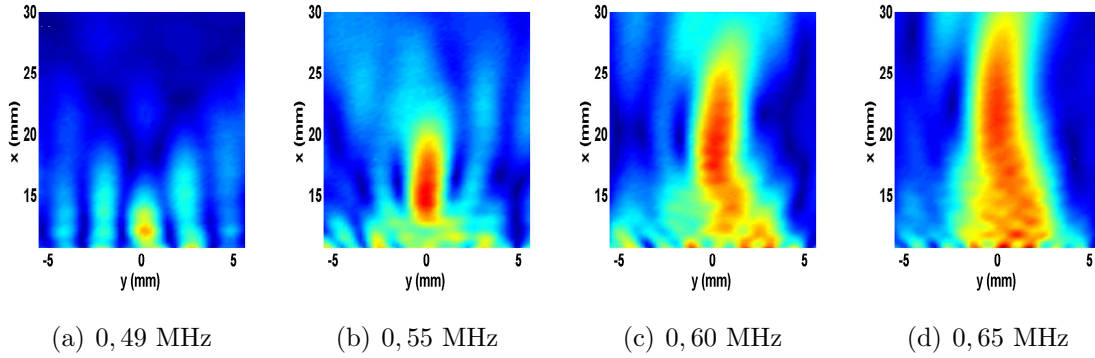
se propageant dans l'eau à la fréquence 0,5 MHz ( $0,73\lambda$ ). Malgré cela, le pinducer sera considéré, aux fréquences d'étude, comme un point source. Les figures 4.3(a) et 4.3(b) montrent les diagrammes de rayonnement expérimental et théorique du pinducer à 0,5 MHz de 2,5 mm à 15 mm de la face active suivant l'axe de propagation. Il y est en particulier observable que l'émetteur se comporte comme une source sphérique avec une décroissance rapide du champ de pression avec la distance de propagation (décroissance en  $1/r$ ). L'ouverture angulaire permet de considérer le pinducer comme omnidirectionnel pour des distances de 2 à 4 longueurs d'onde. La largeur latérale expérimentale du diagramme de rayonnement à  $-6$  dB est de  $0,86\lambda$  à  $x = 2,5$  mm de la face active du pinducer. Cette largeur augmente avec la distance de propagation (figure 4.3(c)). Ainsi aux distances entre source et cristal considérées, compte tenu de l'ouverture angulaire, la longueur de lentille « éclairée » est petite devant la longueur totale de la lentille  $30\lambda$ . La largeur axiale à  $-6$  dB est de  $1,40\lambda$  (figure 4.3(d)).

### 4.3.2 Imagerie d'une source ponctuelle

Le pinducer est utilisé comme point source expérimental, tandis que pour la modélisation, le point source numérique est un noeud du maillage. Nous nous intéressons d'abord, à l'influence du rapport d'indices entre la lentille et l'eau sur les images. À la fréquence d'accord sont ensuite analysées l'influence de la position latérale de la source, puis de la position axiale et enfin de l'épaisseur de la lentille.

#### 4.3.2.1 Effet de la désadaptation d'indice

À la fréquence d'accord, la vitesse de propagation des ondes dans la lentille est égale à celle des ondes dans l'eau  $v_\varphi = 1490 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . La forme de la structure de bandes autorise une fréquence d'accord unique dans la bande de réfraction négative. À plus haute fréquence, la vitesse augmente; par exemple, à 0,60 MHz dans la bande de réfraction négative,  $v_\varphi = 1856 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .



**Figure 4.4** – Images d'un point source à travers le cristal phononique à (a) 0,49 MHz; (b) 0,55 MHz; (c) 0,60 MHz et (d) 0,65 MHz.

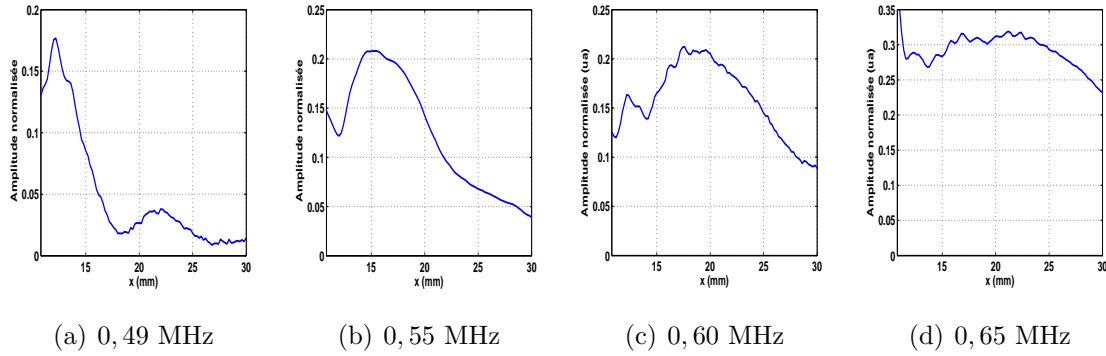
L'excitation est délivrée à 2,5 mm ( $0,83\lambda$ ) de la lentille. La taille de la source ainsi que la distance sont très grandes pour s'intéresser à une image sub-longueur d'onde. Le champ de pression est mesuré à l'aide de l'hydrophone à partir de 1 mm ( $0,33\lambda$ ) de l'interface de sortie de la lentille. La figure 4.4 présente l'image du point source pour différentes fréquences dans la bande de réfraction négative. L'image varie considérablement avec la fréquence dans la bande de fréquences considérée. Du fait de l'amélioration progressive de l'accord d'impédance, l'amplitude de l'image obtenue augmente avec la fréquence, ce qui est cohérent avec les résultats obtenus pour le coefficient de transmission (voir figure 3.11). L'image du pinducer est un point à la fréquence 0,49 MHz puis s'allonge suivant l'axe de propagation à mesure que la fréquence augmente. Les rapports d'indices sont  $-1$ ;  $-0,76$ ;  $-0,58$  et  $-0,41$  de gauche à droite respectivement.

Des coupes axiales et latérales (selon la normale aux interfaces) sont effectuées afin d'évaluer l'évolution de la profondeur de champ et la résolution latérale de l'image du pinducer (figure 4.5).

Les résolutions à  $-6$  dB sont représentées dans le tableau 4.1. L'augmentation de la résolution axiale est liée au désaccord croissant d'indice entre le cristal et l'eau, à mesure que la fréquence augmente.

La position du maximum d'amplitude ( $x_{max}$ ) dans la grille de mesure varie avec la fréquence (tableau 4.1). En tenant compte de la position du pinducer par rapport à l'interface d'entrée de la lentille, la distance entre la source et l'image ( $D = 14,7$  mm) est de l'ordre du double de l'épaisseur de la lentille à la fréquence d'accord ( $2L = 15$  mm). Dans la bande de réfraction négative,  $D$  vérifie la relation 1.10. La comparaison des





**Figure 4.5** – Coupes axiales des images précédentes à (a) 0,49 MHz; (b) 0,55 MHz; (c) 0,60 MHz et (d) 0,65 MHz.

distances expérimentales et théoriques est donnée au tableau 4.1.

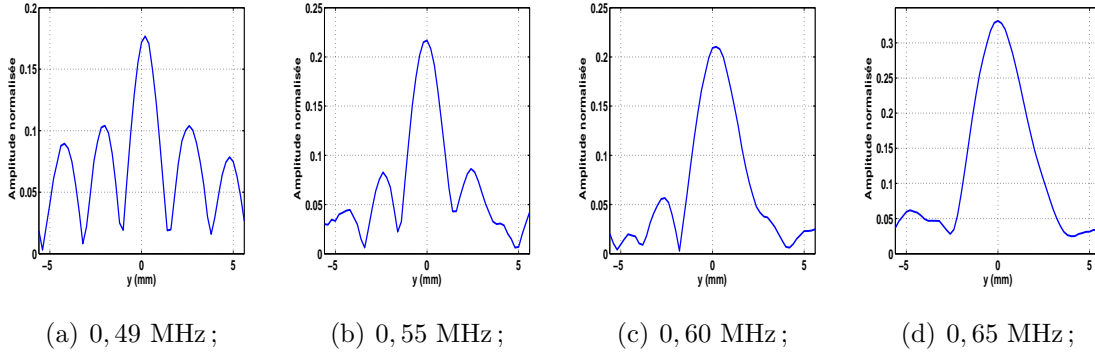
Le facteur 3 constaté entre les coefficients de transmission à 0,49 et 0,65 MHz (figure 3.11) n'est pas retrouvé entre la figure 4.5(a) et la figure 4.5(d). À la fréquence d'accord, tous les rayons issus de la source convergent vers le point image. Il résulte en ce point une sommation en amplitude et en phase de toutes les contributions angulaires au champ de pression. À  $f = 0,65$  MHz, le désaccord d'indice entraîne l'existence d'un angle d'incidence limite au delà duquel les rayons ne peuvent se réfracter dans la lentille. En outre, la convergence de chaque paire de rayons se fait en un point distinct dans la zone image. Cependant, le désaccord d'impédance minimise la dynamique du point image.

Les coupes latérales des images sont représentées sur la figure 4.6. Elles correspondent

Fréquence (MHz)	0,49	0,55	0,60	0,65
Longueur d'onde (mm)	3,0	2,7	2,5	2,3
$D_{exp.}$ (mm)	14,7	17,9	19,1	23,7
$D_{theo.}$ (mm)	15	17,4	20,4	25,7
Résolution latérale	$0,60\lambda$	$0,69\lambda$	$0,80\lambda$	$0,96\lambda$
Résolution axiale	$2,80\lambda$	$5,30\lambda$	$7,44\lambda$	—

**Tableau 4.1** – CARACTÉRISTIQUES DU POINT IMAGE.

à la variation de l'amplitude de l'image selon l'axe transverse à la direction de propagation, au point d'abscisse correspondant au maximum d'amplitude. En accord avec les analyses précédentes, la largeur latérale à  $-6$  dB augmente avec la fréquence (tableau 4.1). À la

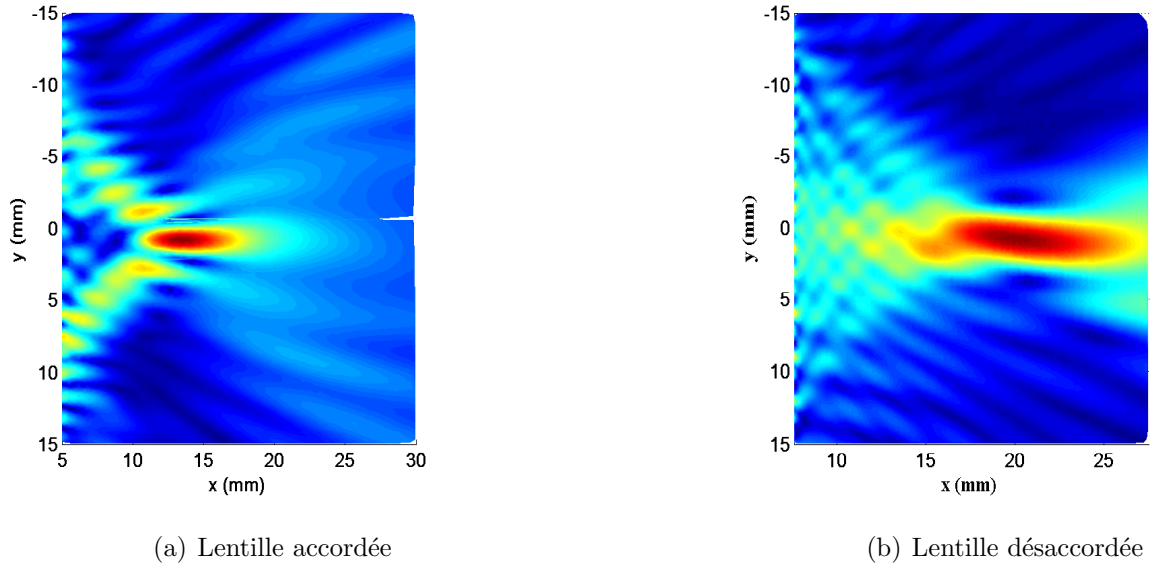


**Figure 4.6** – Coupes latérales des images du point source dans la bande de réfraction négative aux quatre fréquences retenues.

fréquence d'accord, l'angle d'incidence est égal à l'angle de réfraction, entraînant ainsi la convergence de tous les rayons en un seul et même point en sortie du cristal. Chaque faisceau dans l'eau cumule une phase  $k_e d_e$ ,  $d_e$  étant la distance de propagation totale dans l'eau (avant et après le cristal). Cette phase est exactement compensée au cours de la propagation à travers le cristal, du fait de la réfraction négative et de l'accord d'indice.  $k_{cp} d_{cp}$  est alors opposée à  $k_e d_e$ , ce qui entraîne que  $d_e$  et  $d_{cp}$  sont égales, imposant la position de l'image en fonction de celle de la source et de la largeur du cristal.

Pour les fréquences supérieures à la fréquence d'accord, le nombre d'onde dans le cristal est inférieur à celui dans l'eau, ce qui implique que l'angle de réfraction à l'interface est supérieur à l'angle d'incidence. Alors, seuls les faisceaux avec un angle d'incidence inférieur à l'angle critique défini au paragraphe 3.3.2 peuvent se propager dans le cristal. La plage angulaire d'incidence est donc restreinte ( $\pm 16^\circ$  à 0,65 MHz) et donne lieu à un allongement de la zone de focalisation. Les surfaces équi-fréquences étant circulaires (nombre d'onde constant à fréquence fixe quelle que soit la direction de propagation), chaque rayon incident subit un déphasage qui est fonction de son angle d'incidence. Ainsi, les différents rayons convergent, après propagation à travers le cristal, en différents points. Le désaccord d'indice est donc à l'origine de la détérioration de la focalisation des images dans la grille de mesure (figure 4.4) à travers la dégradation des largeurs à  $-6$  dB. En effet, à chaque angle d'incidence correspond un angle de réfraction distinct. Toutefois, l'augmentation du coefficient de transmission avec la fréquence permet d'améliorer la dynamique de l'image.

Nous effectuons à présent une modélisation numérique pour corroborer les résultats précédents. Le point source excitateur est un nœud du maillage. Considérant la lentille de la section 4.2.1 à la fréquence d'accord, pour une distance source lentille de  $0,28\lambda$ , la distance source - image ( $D = 19,70$  mm) est égale au double de l'épaisseur de la lentille ( $2L = 20,18$  mm, figure 4.7(a)). La largeur axiale à mi-hauteur de l'image associée à la source ponctuelle est de  $2,66\lambda$  suivant  $x$ . Suivant l'axe  $y$ , la largeur à mi-hauteur du lobe central du point image est de  $1,47$  mm, ce qui correspond à une résolution latérale de  $0,49\lambda$ , de l'ordre de la limite de résolution de Rayleigh. La résolution axiale issue de l'expérience à  $0,49$  MHz (tableau 4.1) est de l'ordre de celle obtenue avec la modélisation. Cependant, les résolutions latérales diffèrent du fait de la différence de taille des sources utilisées. Pour un cristal phononique de paramètre de maille  $a$ , à la longueur d'onde  $\lambda$ , la résolution est inférieure ou égale à  $\lambda/2$  [12]. Cette condition est satisfaite dans notre cas.



**Figure 4.7** – *Champ associé à une source ponctuelle à travers la lentille (a) accordée et (b) désaccordée.*

Pour  $f = 0,60$  MHz ( $\lambda = 2,5$  mm), le cristal phononique est désaccordé et l'indice effectif est  $n_{eff} = -0,58$ . La différence d'indice entre la lentille et le milieu environnant entraîne une détérioration de la résolution axiale (figure 4.7(b)). La largeur à mi-hauteur suivant l'axe de propagation est de  $4,44\lambda$  et suivant  $y$ , le pouvoir séparateur est de  $0,57\lambda$ . Le maximum d'amplitude du point image est à la distance  $D = 25,1$  mm du point source,

pour une valeur théorique de 27,4 mm (à partir de la relation 1.10). En outre, la résolution latérale de la lentille désaccordée est nettement moins bonne que l'intervalle de résolution défini par *Luo et al.* [12].

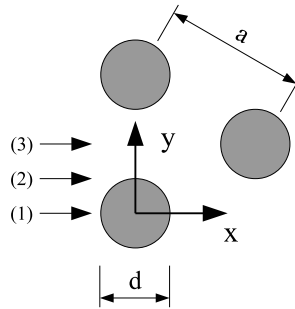
$$\frac{a\lambda}{\lambda - a} < \Delta < 2a. \quad (4.1)$$

#### 4.3.2.2 Effet de la position latérale des sources

La périodicité joue un rôle important dans la formation d'images pour une source placée près de l'interface. Ainsi, il est possible de définir une distance caractéristique  $d_S$  permettant de considérer l'interface comme homogène pour une source ponctuelle. Bien évidemment, cette question ne se pose pas pour les sources étendues émettant un faisceau large devant la taille des diffuseurs et le pas du réseau [75].

À l'aide du précédent modèle numérique, la distance  $d_S$  est prise égale à  $0,28\lambda$ . Le point source est d'abord placé devant un diffuseur, puis décalé successivement de  $a/4$ . Par raison de symétrie, les positions  $a/4$  et  $3a/4$  sont identiques. L'étude se limitera ainsi à deux translations de  $a/4$  par rapport à la position initiale (figure 4.8).

Lorsque la source est placée face à un diffuseur puis devant un interstice (figure 4.9(a)

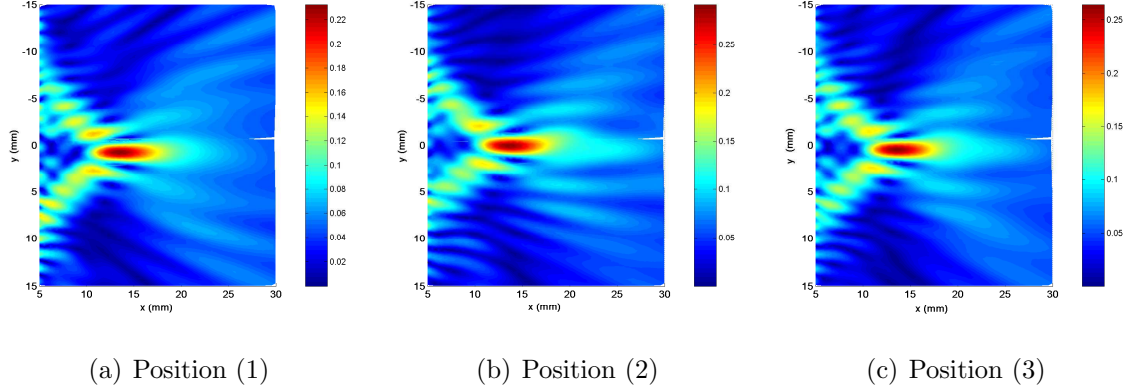


**Figure 4.8** – Position de la source ponctuelle : (1) face à un diffuseur, (2) entre un diffuseur et un interstice, (3) face à un interstice.

et 4.9(b)), l'image à travers le cristal phononique est symétrique par rapport à l'axe de la source. Cette symétrie est brisée pour la source ponctuelle placée entre un interstice et un diffuseur (figure 4.9(c)).

Le profil latéral des images obtenues à partir des différentes positions est donné sur la figure 4.10. Le niveau du champ dans la zone image est minimal lorsque  $S$  est placée

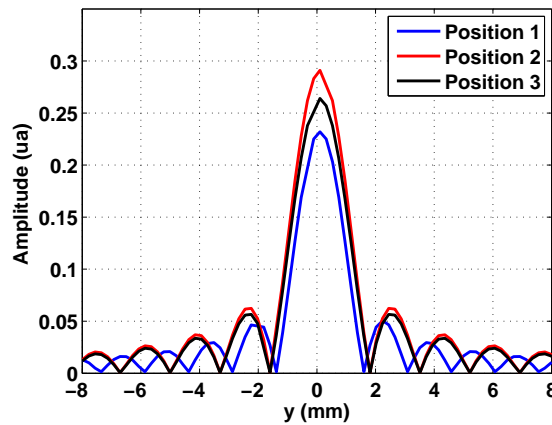
devant un diffuseur. Dans cette configuration, les rayons sont incidents directement sur un diffuseur tandis que pour les deux autres cas, l'onde est « piégée » entre deux diffuseurs favorisant ainsi le transfert de l'énergie vers le cristal phononique. Le pouvoir séparateur



**Figure 4.9** – *Champ associé à la source ponctuelle (a)  $S$  devant un diffuseur, (b)  $S$  entre un diffuseur et un interstice et (c)  $S$  devant un interstice.*

de la lentille se détériore de  $0,49\lambda$  pour la position (1) à  $0,55\lambda$  pour les positions (2) et (3). Par ailleurs, la distance  $D$  entre la source et l'image reste constante, et est de l'ordre du double de l'épaisseur de la lentille 19,70 mm pour cristal phononique de 8 rangées (20,18 mm en théorie).

Pour une source de dimension supérieure à la taille des diffuseurs ou suffisamment loin



**Figure 4.10** – *Profil latéral de l'image pour les positions (1), (2) et (3).*

de l'interface d'entrée, la position de la source n'a quasiment pas d'effet sur la focalisation en sortie de la lentille et sur le profil de l'image [75].

#### 4.3.2.3 Effet de la position axiale de la source

À présent la source  $S$  est disposée selon la position latérale (1), face à un diffuseur. Au cours de cette étude numérique, la source  $S$  est déplacée suivant l'axe  $x$ , ce qui permet d'étudier l'image à travers une lentille d'épaisseur  $L$  en fonction de la distance  $d_S$ . Il est rappelé que, pour toutes les valeurs de  $d_S$ , la distance entre le point source et le point image reste égale à  $2L$  (cf chapitre 1). Les propriétés du point image en fonction de la position axiale de la source sont extraites de la figure 4.11 et résumées au tableau 4.2.

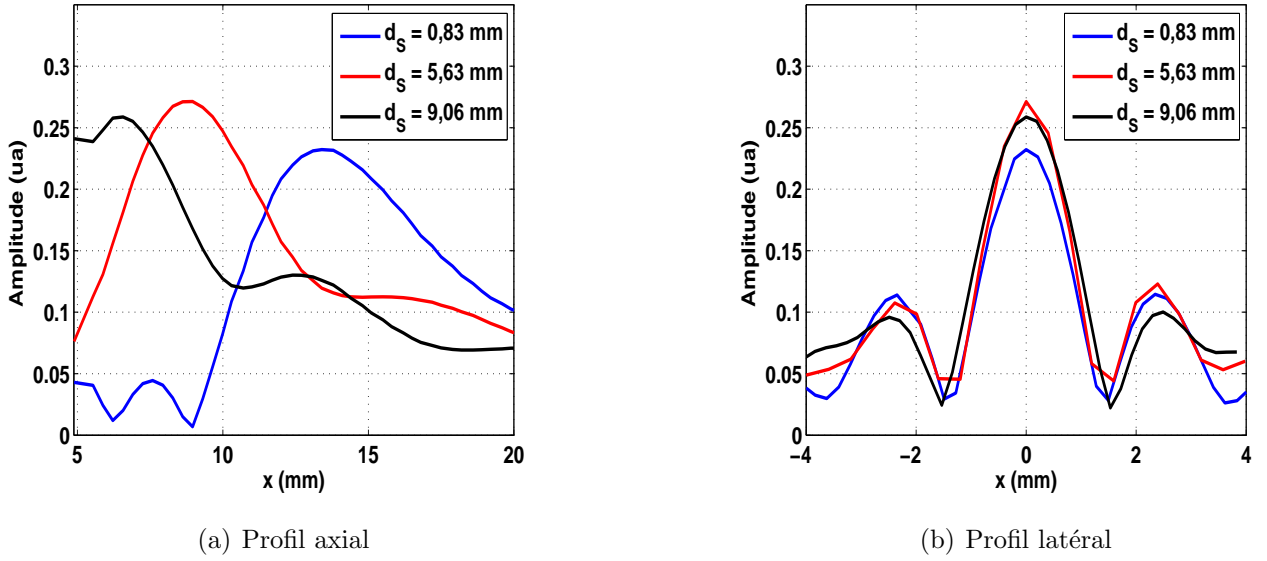
Quand  $d_S \rightarrow 0$ , la distance entre le point image et la seconde interface de la lentille est maximale. Cette disposition de la source est adaptée à la configuration expérimentale étant donnée l'épaisseur de la lentille (une dizaine de millimètres) et les dimensions du montage. Elle permet de plus d'effectuer une imagerie champ proche avec des distances  $d_S$  inférieures à la longueur d'onde considérée. Pour  $d_S = 0,28\lambda$ , la largeur à mi-hauteur suivant l'axe de la source est de  $2,86\lambda$  avec un pouvoir séparateur égal à  $0,49\lambda$ .

Quand  $d_S \rightarrow L/2$ , le point image se rapproche de l'interface de sortie de la lentille, et l'amplitude du champ est plus élevée. La largeur à mi-hauteur suivant l'axe de propagation  $x$  est de  $2,16\lambda$  pour un pouvoir séparateur de  $0,51\lambda$ . La symétrie de l'ensemble source - cristal phononique - image entraîne une augmentation du niveau d'amplitude et un rétrécissement axial de l'image. Cependant, la résolution latérale est dégradée, en effet  $d_S > \lambda$ , les conditions d'une imagerie de champ proche ne sont plus satisfaites.

Quand  $d_S \rightarrow L$ , la position de l'image tend vers celle de l'interface de sortie. Le champ de pression à  $x = 6,74$  mm permet de déterminer une résolution latérale de  $0,55\lambda$ .

Globalement, la résolution latérale de la lentille est comprise dans l'intervalle  $[0,48\lambda - 0,55\lambda]$  (figure 4.11(b)). Elle est optimale lorsque la source ponctuelle est placée à une faible distance de la lentille, par rapport à la longueur d'onde. Ce résultat est la conséquence de l'amplification des ondes évanescentes issues de la source, qui participent à la résolution de l'image. Dans les travaux expérimentaux de *Sukhovich* permettant d'obtenir un pouvoir séparateur de  $0,35\lambda$  [3], la source ponctuelle ( $\lambda/5$ ) était placée à  $0,1$  mm ( $0,03\lambda$ ) de l'interface de la lentille. Ainsi la résolution dépend fortement de la position de la source ponctuelle. Par ailleurs la profondeur de champ de l'image est minimale pour le point

---



**Figure 4.11** – *Champ de pression en fonction de la distance entre le point source et la lentille (a) profil axial (b) profil latéral.*

source placé à la distance  $d_s \approx L/2$ . De même, le niveau d'amplitude du point image est maximal du fait de la symétrie globale du système source-lentille-image.

$d_s$ (mm)	$d_I$ (mm)	$D$ (mm)	$\Delta_y$	$\Delta_x$
0,83 ( $0,28\lambda$ )	8,05	19,30	$0,49\lambda$	$2,86\lambda$
5,63 ( $1,89\lambda$ )	4,10	19,70	$0,51\lambda$	$2,16\lambda$
9,06 ( $3,02\lambda$ )	1,70	20,70	$0,55\lambda$	$1,40\lambda$

**Tableau 4.2** – CARACTÉRISTIQUES DE L'IMAGE EN FONCTION DE LA DISTANCE ENTRE LE POINT SOURCE ET LA LENTILLE ( $d_s$ ).

Notons que dans cette étude numérique, seules les ondes issues de la source se propageant suivant les  $x$  croissants contribuent à la formation de l'image. La focalisation des rayons incidents se fait en une zone de focalisation (spot) étendue. Les sources utilisées pour l'étude expérimentale émettent dans le demi-espace des  $x$  positifs, en accord avec le modèle numérique en considérant uniquement les rayons se propageant de la source vers la lentille. D'autres simulations ont permis de voir que lorsque le point source est placé dans le cristal, la quasi totalité des rayons issus de la source participent à la formation du

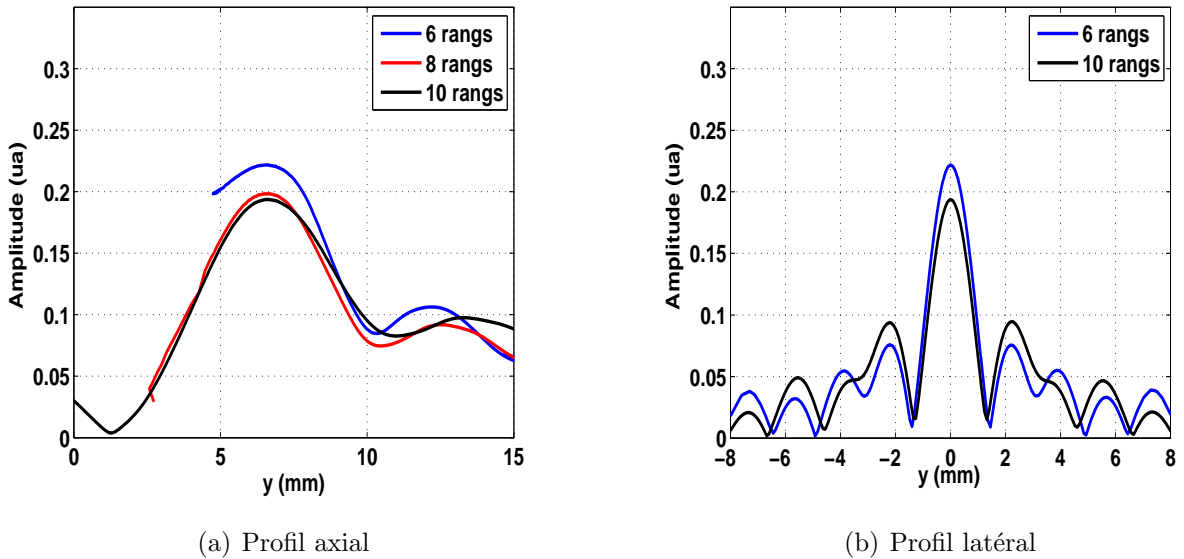
point image. Ainsi, l'image obtenue est quasi-ponctuelle avec de meilleurs profils axial et latéral avec une bonne dynamique.

#### 4.3.2.4 Effet de l'épaisseur de la lentille

Afin d'optimiser la résolution, la source ponctuelle doit être placée près de l'interface de la lentille. De même, l'épaisseur de cette dernière dicte la position de l'image en sortie de la lentille ( $D = 2L$ ). Ainsi, plus l'épaisseur est grande, plus la distance entre l'image associée à la source  $S$  et l'interface de sortie de la lentille augmente, mettant en jeu des distances de propagation plus grandes ce qui a notamment comme avantage de simplifier le dispositif de mesure [20].

À présent, trois cristaux de 6, 8 et 10 rangées de tiges, sont modélisés afin d'évaluer l'influence du nombre de rangées sur la résolution latérale et la profondeur de champ. La distance entre la source et l'interface de la lentille est à présent  $d_S = 0,33\lambda$ .

Les profils axiaux correspondant aux images de la source ponctuelle en fonction du



**Figure 4.12** – *Champ de pression en fonction de l'épaisseur de la lentille pour une source placée à 1 mm ( $0,33\lambda$ ) de la lentille (a) profil axial (b) profil latéral.*

nombre de rangées sont donnés à la figure 4.12(a). La largeur à mi-hauteur de l'image à travers la lentille de 6 rangées de diffuseurs est de  $1,76\lambda$ . La largeur atteint une valeur de



$1,83\lambda$  pour le cristal à 8 rangées et de  $2,03\lambda$  pour le cristal constitué de 10 rangées. Pour les différentes images, la profondeur de champ augmente avec l'épaisseur de la lentille. La profondeur de champ justifie ainsi le choix de la lentille à 6 rangées de diffuseurs dans l'épaisseur.

Le profil latéral en fonction de l'épaisseur du cristal est donné sur la figure 4.12(b). De  $0,49\lambda$  pour le cristal avec un nombre de rangées de 6, le pouvoir séparateur passe à  $0,45\lambda$  pour le cristal à 10 rangées de diffuseurs dans l'épaisseur. Par ailleurs, l'amplitude diminue avec le nombre croissant de rangées de diffuseurs, une différence de 14,5 % est enregistrée pour une augmentation du nombre de rangs de 6 à 10. Un compromis est à trouver afin d'obtenir une image avec des caractéristiques optimales (résolution latérale, profondeur de champ et niveau d'amplitude).

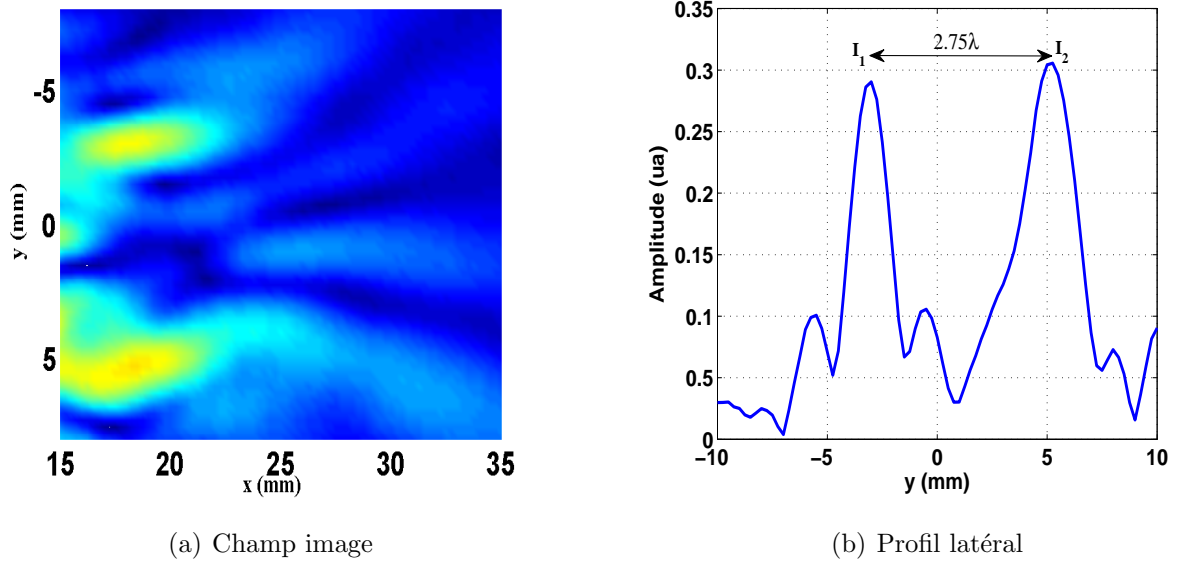
### 4.3.3 Image de deux sources ponctuelles

Après la précédente étude paramétrique effectuée pour une source ponctuelle, nous nous intéressons à présent à l'étude expérimentale puis numérique de l'image de deux sources ponctuelles. Pour la partie expérimentale, la zone objet est constituée d'une paire de pinducers. L'écart entre ces sources est égale à 8 mm, soit  $y_{S_1 S_2} = 2,66\lambda$ . Les faces actives sont placées à  $0,33\lambda$  de l'interface de la lentille.

Dans la zone image, deux maxima d'amplitude distants de 8,25 mm ( $2,75\lambda$ ) sont observés selon la direction  $y$ . Ces maxima correspondent aux images des deux sources. La zone image présente également un champ d'interférences lié à l'interaction des deux sources (figure 4.13(a)).

La résolution latérale de chaque maximum d'amplitude du champ est de l'ordre de celui obtenu pour un seul pinducer en excitation (4.13(b)). De même dans le cas de deux sources  $S_1$  et  $S_2$ , les profils axiaux (non montrés ici) des points images  $I_1$  et  $I_2$  montrent, en accord avec le champ image d'un pinducer unique, une largeur à mi-hauteur de 6,2 mm ( $2,06\lambda$ ) à la fréquence d'accord.

Pour une étude numérique paramétrique du champ image obtenu en fonction de l'écart



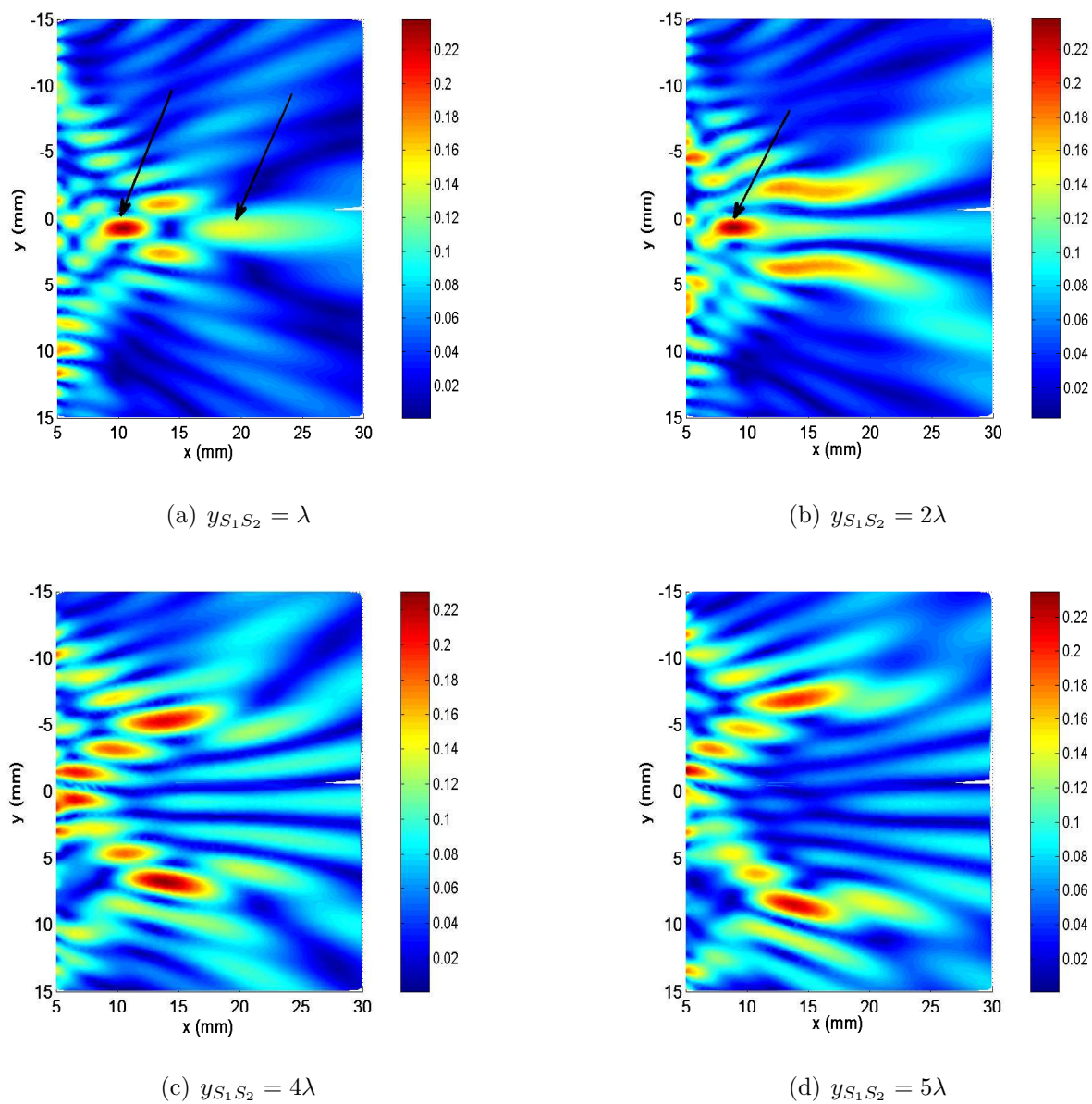
**Figure 4.13** – *Champ image de deux sources (a) et profil latéral de la zone image à l'abscisse du maximum d'amplitude (b).*

entre les deux sources, la distance entre les deux sources est notée  $y_{S_1S_2}$  et la distance entre les sources et l'interface du cristal est  $d_S = 0,28\lambda$ . Le champ image obtenu est donné à la figure 4.14 :  $y_{S_1S_2}$  prend successivement les valeurs  $\lambda$ ,  $2\lambda$ ,  $4\lambda$  et  $5\lambda$ .

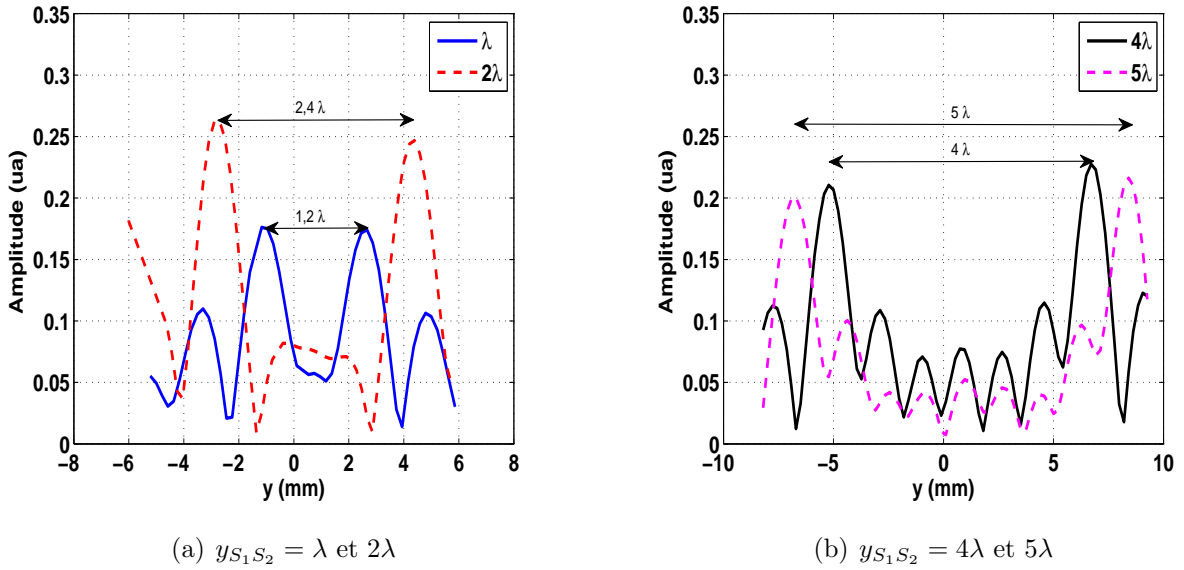
Une focalisation axiale supplémentaire a lieu avant et après les points images pour  $y_{S_1S_2} = \lambda$  (figure 4.14(a)) et une focalisation axiale avant les points images associés à  $y_{S_1S_2} = 2\lambda$  (figure 4.14(b)) (flèches noires sur les figures). Ces points de focalisation sont des images associées aux interférences des faisceaux issus de  $S_1$  et  $S_2$  dans la zone objet. Cet effet est moins marqué à mesure que les sources s'écartent (figures 4.14(c) et 4.14(d)).

Toutefois, à chaque source est associée une image. La distance entre les sources ponctuelles et les points images associés reste constante, et égale au double de l'épaisseur de la lentille (19,70 mm). Dans la zone image, le module du champ présente des maxima d'amplitude distants de  $1,2\lambda$ ;  $2,4\lambda$ ;  $4\lambda$  et  $5\lambda$  respectivement, positions attendues des images. L'évaluation a été réalisée à partir des extraits présentés à la figure 4.15. La résolution latérale de la lentille est comprise entre  $0,52\lambda$  et  $0,57\lambda$ .

Comme pour le cas d'une source ponctuelle (section 4.3.2.2), de la position axiale de la paire de sources  $S_1$  et  $S_2$  par rapport à l'interface (variation de la distance  $d_S$ ) pour  $y_{S_1S_2}$  fixe, dépend la position des images  $I_1$  et  $I_2$  par rapport à l'interface de sortie de la lentille. Ainsi, en éloignant les deux sources de l'interface pour  $y_{S_1S_2} = \lambda$  et  $2\lambda$ , l'image



**Figure 4.14** – *Champ image de deux sources ponctuelles  $S_1$  et  $S_2$  distantes de (a)  $y_{S_1 S_2} = \lambda$ , (b)  $y_{S_1 S_2} = 2\lambda$ , (c)  $y_{S_1 S_2} = 4\lambda$ , et (d)  $y_{S_1 S_2} = 5\lambda$ .*



**Figure 4.15** – Profils latéraux extraits des images à  $x = 14,72$  mm pour deux sources ponctuelles distantes de (a)  $\lambda$  et  $2\lambda$ , (b)  $4\lambda$  et  $5\lambda$ .

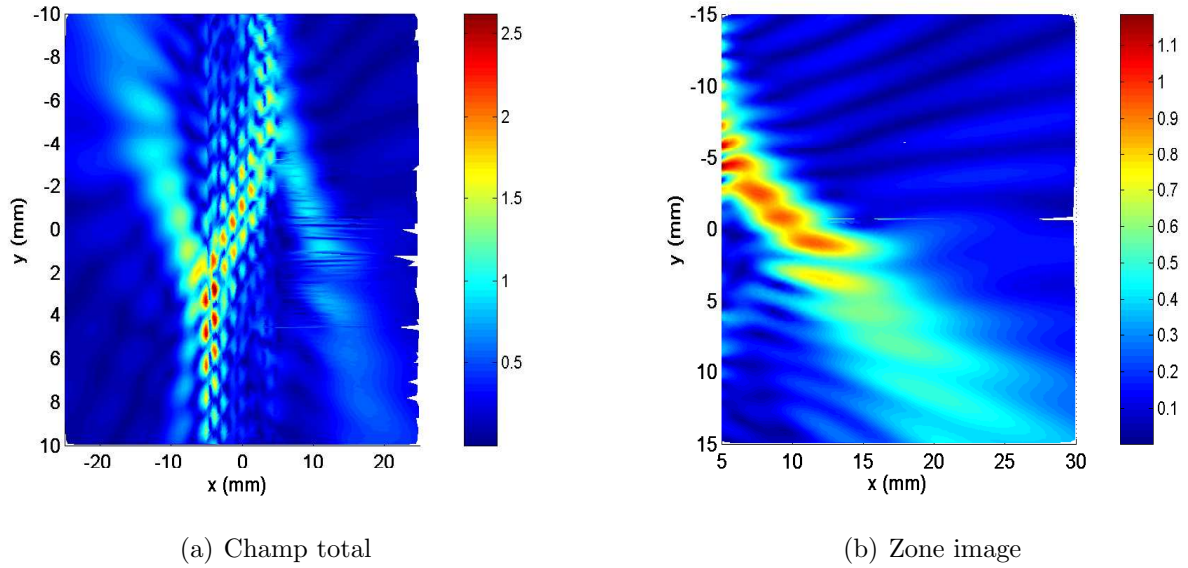
virtuelle se retrouve à l'intérieur de la lentille. Les deux points images peuvent dès lors être identifiés aisément. Ils correspondent dans ce cas aux points d'amplitude maximale.

#### 4.3.4 Images de 9 sources ponctuelles

À présent, 9 sources ponctuelles sont disposées de façon oblique par rapport à l'interface de la lentille. Cette configuration est une combinaison des cas simples précédents. Le champ image est présenté à la figure 4.16. La focalisation a lieu le long d'une ligne oblique parallèle à l'alignement des points sources.

La figure 4.16(b) présente le champ dans la zone image uniquement. La focalisation a lieu en des points distincts, concordant avec la disposition des différentes sources. La distance source - image étant égale au double de l'épaisseur de la lentille, les points source proches de l'interface de la lentille donnent les images les plus éloignées tandis qu'aux points sources placés loin de l'interface d'entrée correspondent les images proches de l'interface de sortie. Le champ d'interférences est plus intense en un point dans la zone image puisqu'il est la superposition des champs des 9 sources.

Dans le plan de propagation, la lentille accordée permet d'imager le champ issu d'une



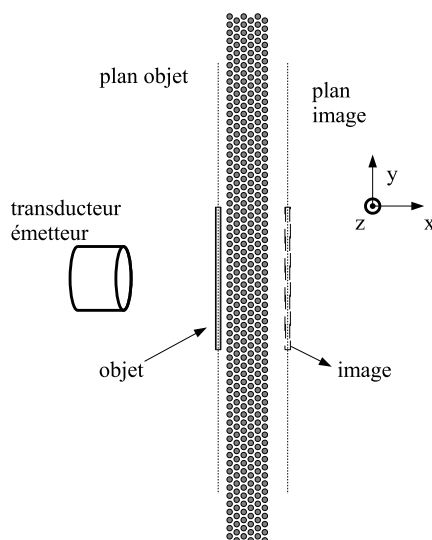
**Figure 4.16** – Champ associé à 9 sources disposées de façon oblique par rapport à l'interface de la lentille. (a) Champ total, (b) zone image.

ou plusieurs sources ponctuelles placées dans la zone objet. À la manière des dispositifs classiques d'imagerie, deux expériences majeures permettent de rendre compte de l'effet de la lentille sur le champ image. La lentille satisfait uniquement la condition d'Herschel tandis que dans la direction transverse, la taille de l'image est inférieure à celle de l'objet.

## 4.4 Image d'un objet étendu dans le plan transverse

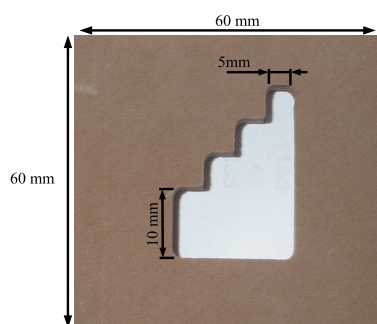
Dans cette partie, la zone objet est constituée de sources de diverses formes et dimensions. La cartographie est à présent effectuée dans le plan parallèle aux interfaces de la lentille. Connaissant la position du point image à la fréquence d'accord, les expériences sont réalisées dans ce plan en vue de représenter le champ associé aux objets après propagation à travers la lentille. Le champ image peut donc être comparé au champ incident ce qui permet dans des cas simples de déterminer l'aplanétisme de la lentille (figure 4.17).

Le champ incident est dans un premier temps issu d'un objet diffractant. L'objet est constitué d'un matériau absorbant (planche à usiner) avec une ouverture sous la forme de marches d'escalier (figure 4.18). L'objet est insoné à l'aide d'un transducteur piézoélec-



**Figure 4.17** – *Dispositif expérimental permettant la mesure dans le plan image  $yz$ .*

trique plan émettant autour de la fréquence d'accord, (0,49 MHz soit  $\lambda = 3$  mm). Les dimensions extérieures du matériau sont supérieures à la taille du transducteur émetteur, de sortes que les ondes incidentes sur la lentille passent nécessairement à travers l'ouverture. L'objet a des motifs supérieurs à la longueur d'onde, le motif le plus petit a une dimension de 5 mm ( $1,67\lambda$ ). La base de l'ouverture est de 20 mm ( $6,67\lambda$ ) et la hauteur est de 25 mm ( $8,33\lambda$ ).

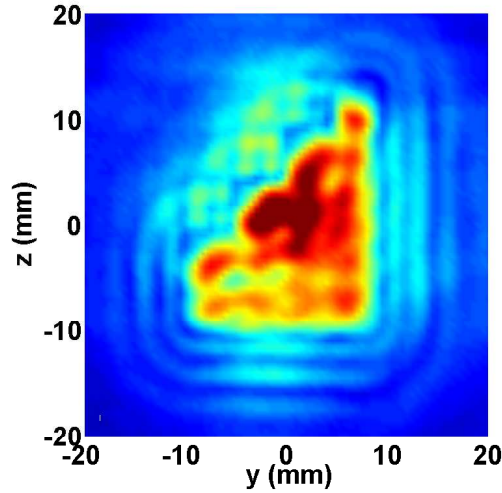


**Figure 4.18** – *Objet étendu à imager.*

L'objet est disposé dans le plan parallèle à l'axe des tiges (figure 4.19). Le champ libre acoustique est mesuré sur une grille carrée (20 mm \* 20 mm) avec un pas de 0,5 mm. La mesure est effectuée à 3 mm de l'objet à l'aide de l'hydrophone. Sur la cartographie présentée à la figure 4.19, le champ dans l'axe de l'objet est plus intense que le champ

diffraité par les bords. Il est toutefois possible d'identifier les bords de l'objet à imager suivant les directions  $y$  et  $z$ .

Le but est ici de réaliser l'image de la forme de l'objet. Pour ce faire, l'objet est placé



**Figure 4.19** – *Champ objet : rayonnement libre.*

dans le champ proche de la lentille, à  $0,33\lambda$  de l'interface d'entrée de la lentille. La figure 4.20 représente le champ dans le plan image après propagation à travers la lentille des ondes issues de l'objet diffractant.

L'image montre une amplitude importante dont l'étendue s'apparente à celle de l'objet insoné. Sur la cartographie, les contours de l'objet se dessinent difficilement, ils ne peuvent être distingués que parallèlement à l'axe  $y$ . En effet, la focalisation a lieu uniquement dans le plan  $xy$ , ainsi suivant l'axe  $z$ , l'onde est diffractée de l'objet, du fait de l'absence d'effet lentille selon la direction axiale aux tiges.

L'explication délicate de l'image obtenue amène à considérer de nouveau le champ issu du pinducer, à présent considéré dans le plan transverse (figure 4.21). Le champ rayonné par le pinducer est circulaire dans le plan  $yz$ , avec une décroissance en  $1/r^2$ . À 8 mm du pinducer dans l'axe de propagation, le champ incident a une variation sous forme d'une gaussienne centrée dans l'axe, avec une largeur de lobe à  $-6$  dB de 11,4 mm suivant  $z$  et de 10,1 mm suivant  $y$ .

Le champ du pinducer dans le plan transverse est mesuré après propagation à travers



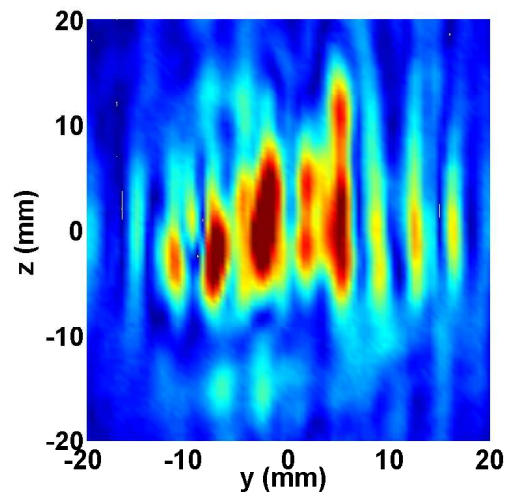


Figure 4.20 – *Champ image associé à l'objet étendu à travers la lentille.*

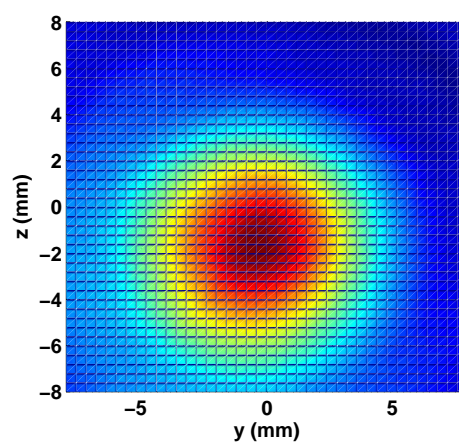
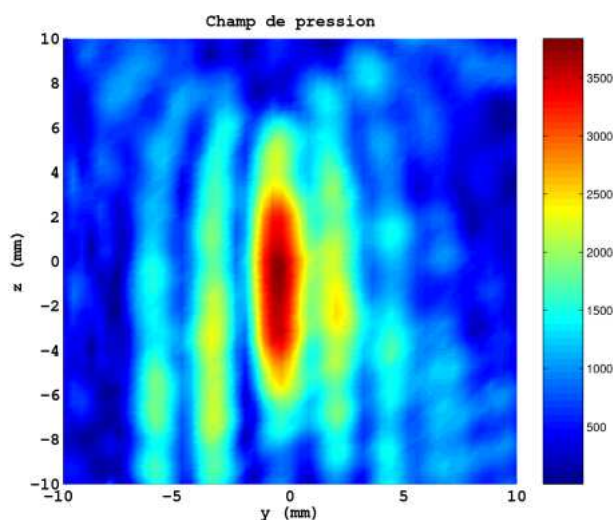


Figure 4.21 – *Champ libre du pinducer dans le plan yz.*



la lentille (figure 4.21). Suivant l'axe transverse  $y$ , le champ transmis présente un grandissement de 40,60 % par rapport au champ rayonné par le pinducer. La largeur à  $-6$  dB de l'image associée à la source est de 4,1 mm lorsque la source est placée à 2,5 mm. Suivant l'axe transverse  $z$ , aucun effet de focalisation n'est observé [35]. En effet, la largeur du champ à  $-6$  dB est de 12,5 mm, ce qui correspond à un grandissement de 109,64 % lié à une divergence continue du faisceau incident. Cette divergence du champ montre que suivant l'axe  $z$ , la lentille n'a pas d'effet.

L'image présente des lobes secondaires suivant  $y$  (figure 4.22). Ces lobes secondaires



**Figure 4.22** – *Champ image à travers la lentille dans le plan  $yz$ .*

aussi identifiés sur l'image du pinducer dans le plan  $xy$  (figure 4.4(a)) sont équivalents aux lobes concentriques, présents sur le motif d'Airy, uniquement suivant l'axe  $y$ . Ainsi, les minima et maxima d'amplitude observés sur l'image de l'objet étendu (figure 4.20) peuvent être associés à ces lobes secondaires dans le plan image.

La compréhension précise de cette image n'est donc pas triviale, il est ainsi difficile de parler de copie de champ dans cette configuration.

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes attachés à l'étude de la lentille comme un système d'imagerie acoustique permettant de reproduire des champs issus de sources directes ou

indirectes (champ diffracté par un objet).

Ainsi, à travers la lentille, l'image d'une source ponctuelle est un point : les grandissements axial et latéral dépendent de la position de la source et de l'épaisseur de la lentille.

Il a été montré qu'une paire de sources distantes d'une longueur d'onde peut être identifiée dans le champ image. Dans ce cas, le champ est la combinaison du champ complexe issu de chaque source [75]. L'image d'une ligne de sources ponctuelles est alors une ligne de points image respectant la condition  $D = 2L$ .

Pour des sources de taille supérieure à la longueur d'onde, l'image dépend de l'éloignement à l'interface. En conséquence, le grandissement latéral associé dépend de la résolution de la lentille acoustique. Dans l'axe de propagation, la condition d'Herschel est vérifiée, ainsi le plan image (plan transverse) peut être disposé sur la dimension axiale de l'objet. Cependant, l'effet de focalisation n'a lieu que suivant la direction  $y$ . Ainsi l'analyse des images se fait essentiellement suivant cet axe.

L'image fournie par la lentille à base de cristal phononique dépend de la fréquence. Les propriétés de la lentille sont intéressantes pour l'imagerie à la fréquence d'accord : une « copie » uniquement dans le plan objet du champ image peut alors être réalisée. Néanmoins, les images réalisées restent sensibles aux dimensions des sources et aux distances de propagations.

Les systèmes d'imagerie acoustiques basés sur les cristaux phononiques peuvent être assimilés aux systèmes centrés avec un grandissement axial de l'ordre de l'unité et un faible grandissement latéral. Liés aux pouvoirs séparateurs axial et latéral de la lentille, ces grandissements sont à prendre en compte dans l'imagerie d'objets étendus, de dimensions supérieures à la longueur d'onde. Dans le plan transverse, l'effet lentille s'obtient selon l'axe  $y$  en raison de l'aspect bidimensionnel du cristal. Le plan image est situé d'après la distance entre la source et l'objet.

Cependant, la question de l'accord d'impédance reste encore un sujet d'étude du fait des faibles coefficients de transmission obtenus. Une ingénierie des interfaces de la lentille peut dans certains cas permettre d'améliorer le transfert des ondes acoustiques vers la zone image [69].



## Conclusions et Perspectives

---



## Conclusions et perspectives

La présente thèse est articulée autour de la réalisation et de la caractérisation d'une lentille haute résolution pour l'imagerie ultrasonore basée sur le phénomène de réfraction négative présent dans certains cristaux phononiques.

Dans un premier temps, nous avons développé et réalisé un cristal à matrice et inclusions solides afin d'étudier la réfraction à l'interface entre ce milieu et un matériau environnant solide ou fluide. Pour une intégration de la lentille dans une structure compacte ou une chaîne de caractérisation, la nature solide des constituants a l'avantage de faciliter la manipulation par rapport à un cristal phononique à matrice fluide. De plus, très peu d'études expérimentales se sont intéressées à la propagation dans les cristaux à matrice et inclusion solides, et nous montrons pour la première fois la réfraction négative d'une onde longitudinale à l'interface d'un tel milieu. Ensuite, nous exploitons le phénomène de réfraction négative pour réaliser une lentille haute résolution. Malheureusement, le cristal phononique solide développé au cours de cette thèse ne réunit pas l'ensemble des propriétés nécessaires à l'obtention de la super résolution. En particulier, l'accord d'indice, c'est-à-dire l'égalité des vitesses de phase de l'onde dans le cristal et l'onde dans le milieu extérieur (eau), n'est pas réalisé. Néanmoins, les expériences effectuées sur le cristal solide ont permis d'avancer dans la compréhension des phénomènes mis en jeu lors de la propagation des ondes à travers ce type de milieux.

La périodicité du réseau entraîne la propagation de différents modes de Bloch dans le cristal phononique. Lorsque celui-ci est immergé dans de l'eau, le champ acoustique interne est couplé à l'onde longitudinale dans le milieu aqueux, et les lois de Snell-Descartes imposent que seuls certains modes se réfractent à l'interface. Le cristal étant un milieu structuré périodiquement, l'interaction de l'onde ultrasonore à son interface de sortie peut

---

alors être décrite par le modèle de diffraction par un réseau linéaire de sources permettant d'expliquer, en partie, les largeurs angulaires des lobes de réfraction associés. D'autre part, chaque mode de Bloch peut être caractérisé par des paramètres effectifs déduits de la structure de bandes. Les coefficients de transmission en amplitude à travers la lame de cristal, calculés à partir de ces caractéristiques, permettent d'expliquer les amplitudes des modes de Bloch observées expérimentalement.

La seconde partie de cette thèse est consacrée à la caractérisation d'un système d'imagerie intégrant une lentille à réfraction négative. La réalisation d'une lentille solide n'ayant pas abouti, nous effectuons cette étude sur une lentille fluide. Pour obtenir l'accord d'indice, la lentille plate réalisée est constituée de tiges cylindriques d'acier dans une matrice en méthanol. En plus des surfaces équi-fréquences circulaires, des vitesses de groupe et de phase antiparallèles dans la bande de réfraction négative, à 0,49 MHz, le nombre d'onde dans l'eau est égal à celui dans la lentille. L'isotropie de la lentille résultant de la circularité des EFS permet d'évaluer les paramètres effectifs de cette dernière : coefficients de transmission et indice de réfraction en fonction de la fréquence pour les angles d'incidence dans la première zone de Brillouin. Ainsi à la fréquence d'accord, le coefficient de transmission est constant pour tous les angles d'incidence entraînant une convergence avec correction de phase et une amplitude au point image de l'ordre de la transmission d'un faisceau oblique incident. L'augmentation de l'amplitude du point image se fait au détriment de la résolution des images. Avec l'accord d'indice, une lentille plate à base de cristal phononique permet de focaliser en un point image des rayons divergents d'une source ponctuelle avec une bonne résolution mais un niveau d'amplitude d'image faible. Le coefficient de transmission à travers le cristal augmente avec la fréquence dans la bande de réfraction négative. Ainsi à l'accord d'indice, le désaccord d'impédance conduit à une faible dynamique des points images obtenus. La question de l'adaptation d'impédance est donc posée tout comme c'est le cas en Électromagnétisme.

Enfin à partir des paramètres effectifs d'une lentille fluide accordée en indice avec l'eau, les images à travers la lentille sont analysées à la lumière des propriétés des systèmes classiques d'imagerie. Dans le plan de propagation, une (plusieurs) source(s) ponctuelle(s) à travers le système d'imagerie acoustique donne(nt) une (plusieurs) image(s) ponctuelle(s). En outre, le champ d'interférence entre les différentes sources est aussi imagé à travers la lentille. Ainsi, la fonction de copie de champ est effectuée pour la totalité du champ

---

incident sur une distance en amont inférieure ou égale à l'épaisseur de la lentille pour les ondes se propageant vers la lentille.

Une des limites des systèmes d'imagerie à base de cristaux phononiques est que les propriétés de la lentille ne sont optimales que pour une seule fréquence. Ainsi pour contourner cette limite, l'idée serait par exemple d'introduire un paramètre de contrôle de la fréquence d'accord. Ce paramètre de contrôle peut être par exemple la température qui entraîne un changement de vitesse dans les matériaux constituant le cristal phononique. Plus simplement l'utilisation de matériaux actifs pour réaliser le cristal phononique (piézoélectrique, électrostrictif, ...) permet une adaptabilité de la lentille au milieu extérieur en terme d'indice mais aussi d'impédance acoustique [76, 77].

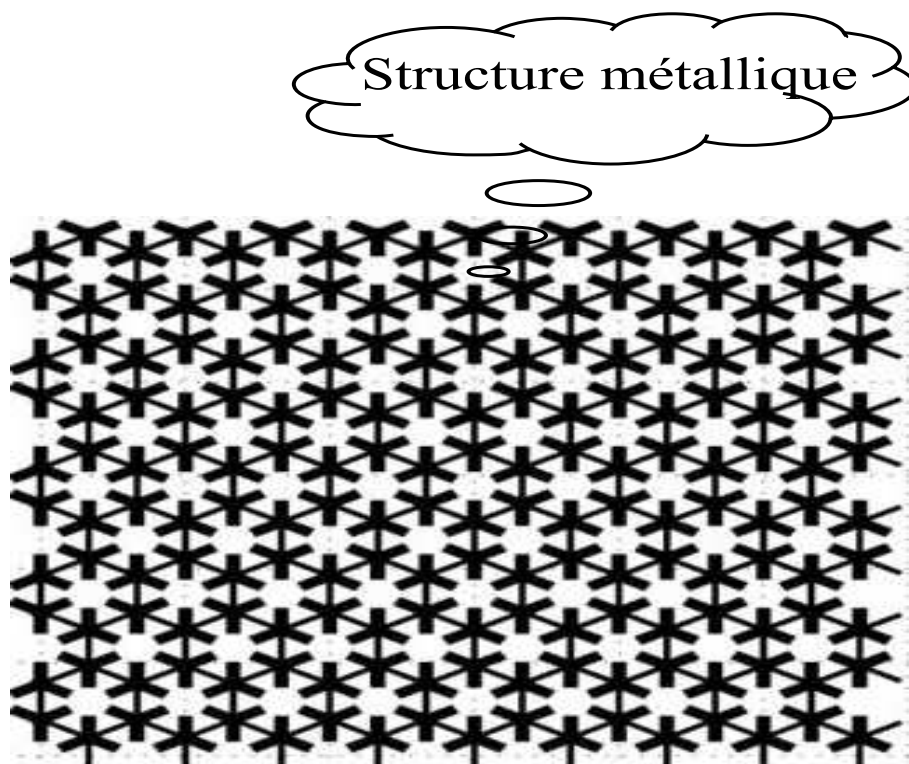
De plus, la nécessité d'un accord d'indice entre la lentille et le milieu extérieur fluide nous impose d'utiliser des cristaux phononiques réalisés avec des matrices solides dans lesquels la vitesse de propagation est inférieure à celle du fluide environnant. Ce type de matériau est extrêmement absorbant et ne constitue donc pas une solution acceptable pour réaliser un système d'imagerie.

Des progrès peuvent être réalisés sur la transmission à travers la lentille, et donc la dynamique du système d'imagerie, en optimisant les interfaces entre le cristal phononique et le milieu extérieur (ingénierie d'interface) [78]. Un autre type de cristal phononique a été récemment développé par *A. Norris* (figure 4.23). Constitué de métal micro-structuré appelé « metal water », il permet de réaliser simultanément l'accord d'indice et d'impédance pour une lentille [57]. Ce type de matériaux très novateur apparaît comme une piste prometteuse pour le développement d'une lentille solide permettant d'atteindre la super résolution. En effet, les longueurs étant grandes devant la taille des micro-structures, les milieux ainsi constitués peuvent être homogénéisés, ce qui permet de définir des paramètres effectifs (indice de réfraction, impédance acoustique). De plus, l'unicité de ces paramètres est un avantage considérable par rapport aux multiples modes de Bloch existant dans les lentilles à base de cristaux phononiques.

Enfin, la lentille à base de cristal phononique est destinée à effectuer une imagerie in situ. Toutefois, le problème qui se pose est la lecture des images à travers la lentille, notamment pour un champ objet diffus. Il est donc nécessaire de mettre en place une méthode acoustique de traitement d'images permettant d'identifier le champ issu des objets

---





**Figure 4.23** – *Méta-structure metal-water proposée par Andrew Norris, Rutgers University pour la réalisation des accords d'indice et d'impédance [1]*

diffractants mais aussi le champ résultant des interférences entre les différentes sources. Pour la réalisation d'un démonstrateur à base de cristal phononique, la résolution du problème inverse permet de mettre en place des techniques de traitement, d'analyse et d'interprétation des images à travers le dispositif d'imagerie.



## Annexes

---



## Annexe A

### Développement en ondes planes

Le relation de dispersion  $\omega(\mathbf{k})$  pour un cristal phononique infini à matrice fluide est obtenue comme développé à la section 3.2.2, en résolvant pour chaque vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  et pour chaque vecteur d'onde de Bloch  $\mathbf{G}$  du réseau réciproque le système matriciel :

$$\sum_{\mathbf{G}} \sigma(\mathbf{G} - \mathbf{G}')(\mathbf{k} + \mathbf{G})(\mathbf{k} + \mathbf{G}')\phi_k(\mathbf{G}') = \omega^2 \sum_{\mathbf{G}} \eta(\mathbf{G} - \mathbf{G}')\phi_k(\mathbf{G}'). \quad (\text{A.1})$$

Le passage de cette relation à une équation matricielle nécessite ensuite de tronquer les sommes sur les vecteurs  $\mathbf{G}$  et  $\mathbf{G}'$  du réseau réciproque, en faisant l'hypothèse que le nombre d'ondes planes pris en compte est suffisant pour assurer la convergence des séries de Fourier. Le ' est introduit pour différencier les sommes sur les vecteurs du réseau réciproque relatives aux champs de déplacement de celles relatives aux propriétés du matériau

Cela nous conduit, pour chaque vecteur  $\mathbf{k}$ , à résoudre le système :

$$M\phi_k = \omega^2 N\phi_k. \quad (\text{A.2})$$

$\phi_k$  est un vecteur colonne associé au vecteur  $\mathbf{G}'$ ,  $M$  et  $N$  sont deux matrices respectivement associées aux vecteurs  $\mathbf{G}$  et  $\mathbf{G}'$  telles que :

$$M = \sigma(\mathbf{G} - \mathbf{G}')(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot (\mathbf{k} + \mathbf{G}'), \quad (\text{A.3})$$

et

$$N = \eta(\mathbf{G} - \mathbf{G}'). \quad (\text{A.4})$$


---

À partir d'un réindigage des coordonnées des vecteurs  $\mathbf{G}$  et  $\mathbf{G}'$ , les matrices  $M$  et  $N$  sont bidimensionnelles, et  $\mathbf{G}'$  est associée aux lignes tandis que  $\mathbf{G}$  est à présent associée aux colonnes de la matrice.

Il est d'abord possible de trouver la matrice  $N$ . Pour ce faire, il faut calculer :

$$\eta(\mathbf{G}) = \frac{1}{S_c} \int_{S_c} \frac{1}{\lambda(\mathbf{r})} e^{-i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} d^2. \quad (\text{A.5})$$

$S_c$  est l'aire de la cellule (maille) élémentaire du réseau direct.

Dans la suite, les indices  $d$  et  $m$  désignent des grandeurs relatives aux diffuseurs et à la matrice respectivement.

Pour  $\mathbf{G} = 0$  :

$$\eta(0) = \frac{1}{\lambda_d} f_r + \frac{1}{\lambda_m} (1 - f_r) \quad (\text{A.6})$$

avec  $f_r$  le facteur de remplissage, équivalent à la fraction surfacique de diffuseurs dans la maille du réseau direct, et  $\lambda_d = \rho_d c_d^2$  et  $\lambda_m = \rho_m c_m^2$ .

Pour  $G \neq 0$  :

$$\eta(\mathbf{G}) = \frac{1}{S_c} \left( \int_d \frac{1}{\lambda_d} e^{-i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} d^2 r + \int_m \frac{1}{\lambda_m} e^{-i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} d^2 r \right) \quad (\text{A.7})$$

Or  $\int_{S_c} e^{-i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} d^2 r = 0$ , ce qui entraîne que :

$$\eta(\mathbf{G}) = \frac{1}{S_c} \left( \frac{1}{\lambda_d} - \frac{1}{\lambda_m} \right) \int_d e^{-i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} d^2 r \quad (\text{A.8})$$

$$= \frac{1}{S_c} \left( \frac{1}{\lambda_d} - \frac{1}{\lambda_m} \right) F(\mathbf{G}) \quad (\text{A.9})$$

où  $F(\mathbf{G})$  est le facteur de structure.

Pour un diffuseur de rayon circulaire placé au centre de la maille élémentaire du réseau direct, le facteur de structure est donné par :

$$F(\mathbf{G}) = \frac{1}{S_c} \int_d e^{-i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} d^2 r \quad (\text{A.10})$$

$$= \frac{1}{S_c} \int_0^{r_0} r dr \int_0^{2\pi} e^{-i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r} \cos \theta} d\theta \quad (\text{A.11})$$

$$= 2 \frac{\pi r_0^2}{S_c} \left( \frac{J_1(|\mathbf{G}| r_0)}{|\mathbf{G}| r_0} \right) \quad (\text{A.12})$$

En notant le facteur de remplissage  $f_r = \frac{\pi r_0^2}{S_c}$ , pour  $\mathbf{G} - \mathbf{G}' \neq 0$ , les matrices  $M$  et  $N$  s'écrivent :

$$M = 2f_r(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot (\mathbf{k} + \mathbf{G}') \left( \frac{1}{\lambda_d} - \frac{1}{\lambda_m} \right) \frac{J_1(|\mathbf{G} - \mathbf{G}'| r_0)}{|\mathbf{G} - \mathbf{G}'| r_0}, \quad (\text{A.13})$$

$$N = 2f_r \left( \frac{1}{\lambda_d} - \frac{1}{\lambda_m} \right) \frac{J_1(|\mathbf{G} - \mathbf{G}'| r_0)}{|\mathbf{G} - \mathbf{G}'| r_0}. \quad (\text{A.14})$$

Lorsque  $\mathbf{G} = \mathbf{G}'$ ,

$$M = (\mathbf{k} + \mathbf{G})^2 \left( \frac{1}{\lambda_d} f_r - \frac{1}{\lambda_m} (1 - f_r) \right), \quad (\text{A.15})$$

$$N = \frac{1}{\lambda_d} f_r - \frac{1}{\lambda_m} (1 - f_r). \quad (\text{A.16})$$





## Annexe B

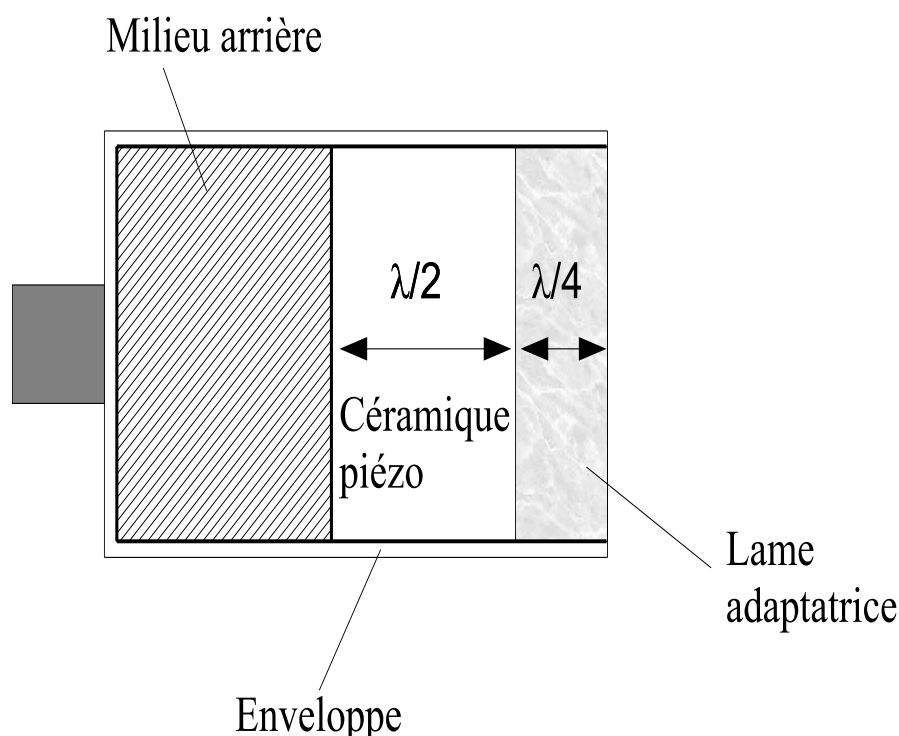
# Les transducteurs Piézoélectriques

### B.1 Les matériaux piézoélectriques pour la génération des ultrasons

La génération des ondes ultrasonores se base sur l'effet piézoélectrique, propriété essentielle de l'élément actif (pastille) du transducteur ultrasonore. Les capteurs utilisent l'effet piézoélectrique direct : une onde ultrasonore incidente à la surface du transducteur engendre, au niveau de l'élément actif, une déformation proportionnelle à la variation du champ de pression, créant ainsi un champ électrique dans l'élément piézoélectrique [79]. Pour l'émission, l'effet piézoélectrique inverse impose que l'application d'un champ électrique à l'élément piézoélectrique crée une déformation proportionnelle au champ appliqué [80]. Ces deux effets font qu'un transducteur peut aussi bien être utilisé comme émetteur que comme récepteur. L'émission des ondes ultrasonores avec les transducteurs se fait ici dans l'approximation des ondes planes.

Les différents types de transducteurs commerciaux utilisent des piézo-céramiques. L'exemple le plus courant est le transducteur avec disque en mode flexion bilaminaire. Le schéma du transducteur est donné par la figure B.1. Le disque est responsable de la détection et de la génération des ondes ultrasonores. L'application d'un champ électrique sur le disque (céramique piézoélectrique) excite une vibration en mode de flexion, c'est

---



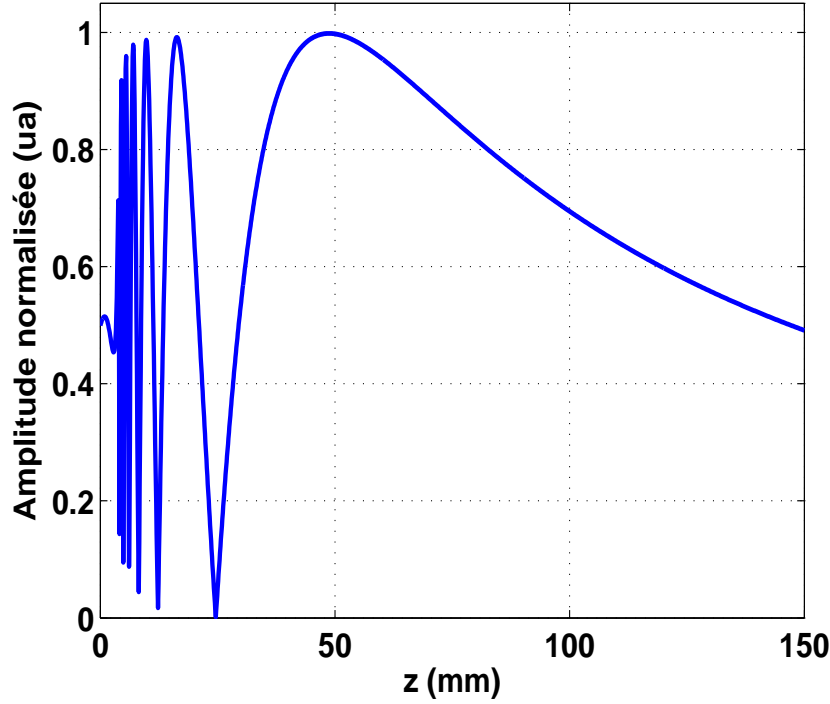
**Figure B.1** – Schéma d'un transducteur ultrasonore.

cette vibration du disque qui génère l'onde ultrasonore dans le milieu. L'épaisseur du disque piézoélectrique est égale à la demi-longueur d'onde des ultrasons à la fréquence centrale du transducteur, ce qui conduit à des interférences constructives. De plus, le désaccord d'impédance entre l'élément piézoélectrique et le milieu de propagation et la faible atténuation dans l'élément piézoélectrique, engendrent une augmentation de la largeur temporelle du signal excitatrice par le biais de réflexions multiples. Afin de pallier à ce problème, un matériau absorbant avec une impédance comparable à celle de l'élément piézoélectrique est utilisé comme milieu arrière. L'atténuation des ondes par ce matériau joue un rôle prépondérant dans la longueur du signal temporel d'excitation.

Concernant le désaccord d'impédance avec le milieu de propagation, une lame adaptatrice est utilisée pour résoudre le problème des fortes réflexions. L'impédance de la lame est comprise entre celle de l'élément piézoélectrique et celle du milieu de propagation. Son épaisseur est prise égale au quart de la longueur d'onde à la fréquence centrale. La différence de phase entre les réflexions à l'interface entre l'élément piézoélectrique et la lame adaptatrice est de  $\pi$ , et aucun déphasage n'existe entre la lame et le milieu de propagation, ce qui entraîne des interférences constructives issues des réflexions multiples dans la lame.

Ces interférences augmentent le couplage entre le transducteur et le milieu de propagation.

La distribution spatiale du champ de pression du transducteur ultrasonore peut être



**Figure B.2** – *Champ axial du transducteur émetteur.*

calculée à partir de l'intégrale de Raleigh [81]. Pour effectuer ce calcul, le transducteur est approximé comme un disque circulaire de rayon  $r$  immergé dans un fluide (de l'eau dans le présent cas). Les vibrations du disque sont uniformes avec une vitesse de la forme  $U_0 e^{i\omega t}$  normale à la surface du disque. L'amplitude du champ de pression dans l'axe du disque est donnée par l'expression :

$$P(z) = 2\rho_0 c U_0 \left| \sin \left\{ \frac{k}{2} \left[ \sqrt{r^2 + z^2} - z \right] \right\} \right|, \quad (\text{B.1})$$

avec  $\rho_0$  la masse volumique,  $c$  la vitesse de phase et  $\mathbf{k}$  le vecteur d'onde dans l'eau.

Le rapport  $|P/(2\rho_0 c U_0)|$  est tracé à la figure B.2 pour un transducteur de 0,75" à 1 MHz.

Dans le champ proche (zone de Fresnel), la pression varie très rapidement du fait des interférences des ondes émises à différents points du disque piézoélectrique. Dans le champ lointain (zone de Fraunhofer), le champ de pression présente un profil très différent avec une variation moyenne diminuant très lentement avec la distance de propagation.

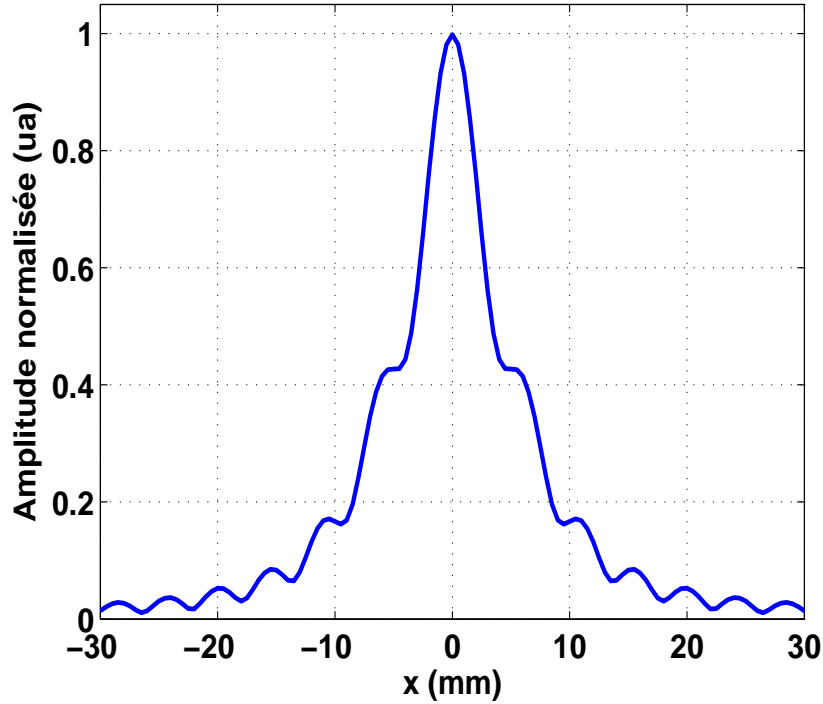
La limite du champ proche  $z_F$  est définie comme étant la position du dernier maximum du profil de pression, elle est donnée par la relation :

$$z_F = \frac{r^2 - \frac{\lambda^2}{4}}{\lambda}. \quad (\text{B.2})$$

Dans le cas où  $r \gg \lambda$ , la relation B.2 peut-être réduite à :

$$z_F = \frac{r^2}{\lambda}. \quad (\text{B.3})$$

De plus, du fait des oscillations rapides du champ de pression, les échantillons à étudier sont toujours placés dans le champ lointain du transducteur.



**Figure B.3** – *Champ transverse du transducteur émetteur.*

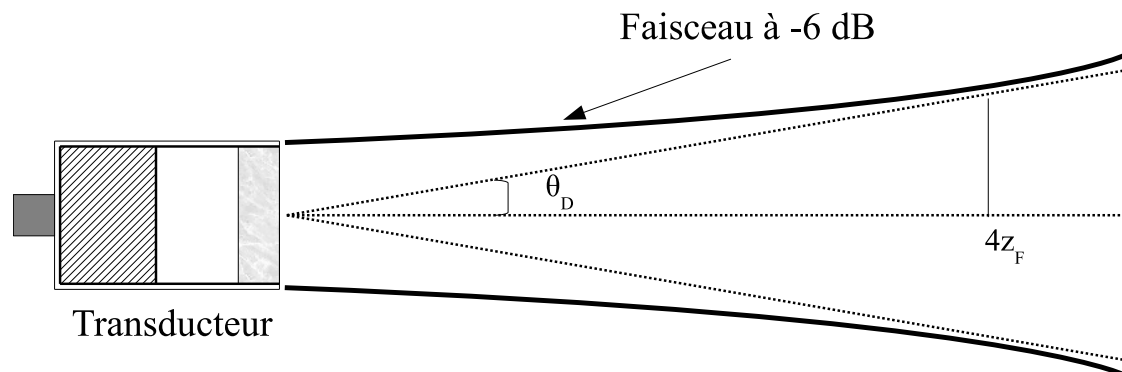
Dans le champ lointain du transducteur ( $z > z_F$ ), le profil du champ de pression dans l'axe transverse est représenté à la figure B.3, par la fonction d'une onde sphérique modulée par le facteur de directivité du transducteur. Ce facteur représente le rapport de la fonction de Bessel du premier ordre  $J_1(x)$  et de son argument [82].

$$I \propto \frac{1}{d^2} \left[ \frac{2J_1\left(\frac{2\pi}{\lambda} r \sin \theta\right)}{\frac{2\pi}{\lambda} r \sin \theta} \right]^2. \quad (\text{B.4})$$

L'ouverture angulaire du faisceau du transducteur peut-être définie à partir de la relation B.4. À  $-6$  dB, l'ouverture du faisceau est donnée par :

$$\sin \theta_D = \frac{0,257\lambda}{r} \quad (\text{B.5})$$

L'ouverture angulaire est schématisée à la figure B.4



**Figure B.4** – *Largeur du faisceau ultrasonore.*



## Annexe C

# Réfraction à travers les cristaux phononiques

### C.1 Réfraction à l'interface solide sous une incidence de $60^\circ$

Les prismes réalisés ont le même paramètre de maille, la même géométrie de réseau et les mêmes dimensions. Le cristal prismatique en nylon est dans un bloc parallélépipédique de nylon et le cristal prismatique en résine époxy est dans un bloc parallélépipédique identique à la matrice. Les constantes des matrices étant très proches (tableau 3.1), les deux cristaux présentent des structures de bandes avec les mêmes caractéristiques. Le but ici est d'analyser l'influence du contact (couplage) entre la matrice et les diffuseurs sur les propriétés du cristal phononique.

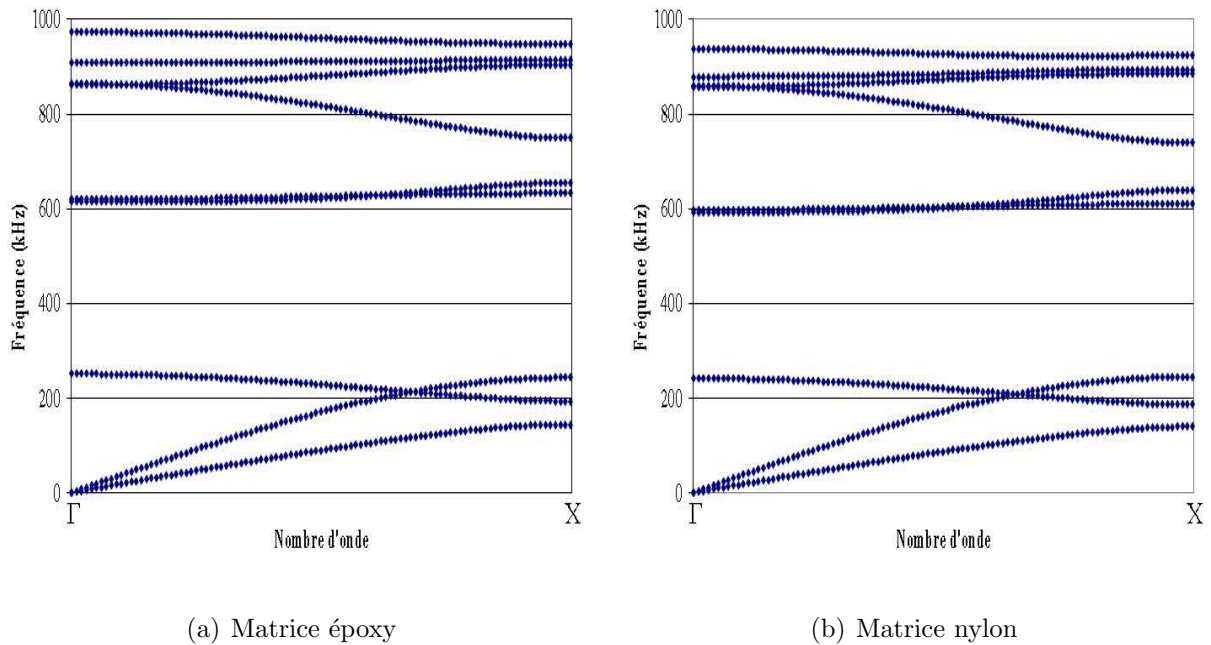
---



### C.1.1 Influence du contact entre la matrice et les diffuseurs solides

La figure C.1 montre les structures de bandes des deux cristaux suivant la direction de propagation  $\Gamma X$  pour la polarisation quasi-longitudinale. La bande de réfraction négative isolée ici identifiée est dans la gamme fréquentielle 739 - 860 kHz pour le cristal à matrice nylon (figure C.1 (b)) et 749 - 866 kHz pour le cristal à matrice résine époxy (figure C.1 (a)). Les deux structures de bandes présentent par ailleurs les mêmes branches suivant la direction de propagation  $\Gamma X$ .

À l'aide de deux transducteurs de contact, une expérience permettant de mesurer le

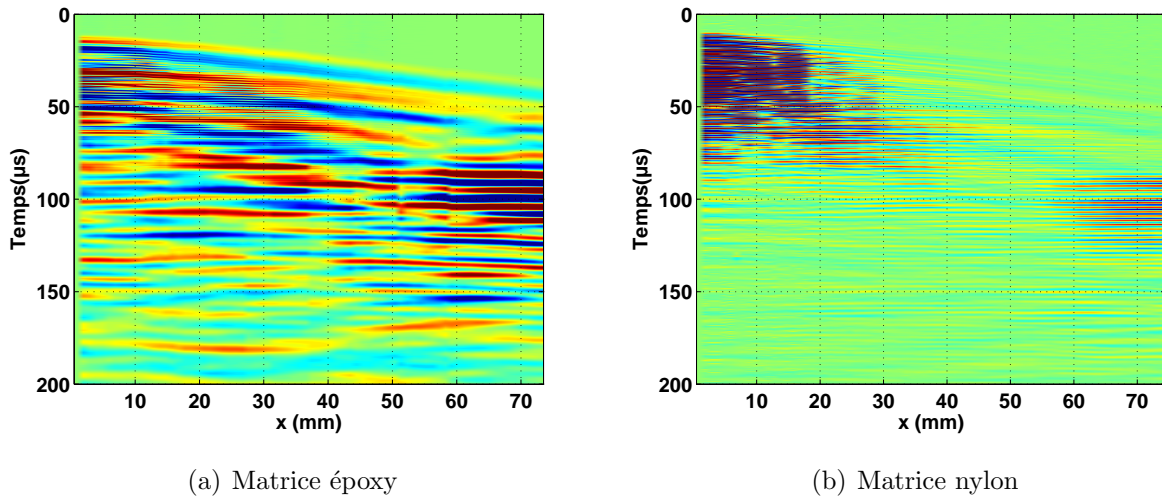


**Figure C.1** – Structures de bandes suivant le direction  $\Gamma X$  (a) cristal à matrice époxy, (b) cristal à matrice nylon

champ de pression réfracté à travers le cristal phononique est effectuée. Le signal d'excitation est un train d'onde de 10 périodes et de 30 V d'amplitude à la fréquence 780 kHz. Les émetteur et récepteur utilisés sont des transducteurs large bande de contact à ondes longitudinales de fréquence centrale 500 kHz et de 1" de diamètre. L'émetteur placé sur la face d'excitation du cristal phononique (figure 2.11) est maintenu fixe durant toute l'expérience à l'aide d'un étau de serrage. Le transducteur de réception est translaté le

long de la surface de bloc parallélépipédique et est déplacé manuellement par pas de 1 mm avec comme support un rail rectiligne placé parallèlement à la surface du bloc. À chaque point de mesure du champ de pression, le serrage du transducteur est effectué à l'aide d'un clé dynamométrique afin d'assurer le même couple pour toutes les mesures. Le signal reçu est amplifié à 50 dB et un filtrage hautes fréquences est appliqué au signal transmis à travers le cristal.

La figure C.2, présente les signaux temporels mesurés à la surface du bloc parallépi-



**Figure C.2** – *Signaux temporels mesurés après propagation à travers le cristal phononique à la surface du bloc parallélépipédique (a) de résine époxy thermodurcie, (b) de nylon.*

pédique contenant le cristal prismatique. Le rapport d'amplitude entre les deux signaux transmis à travers les blocs parallélépipédiques de résine époxy et de nylon est de 10. Ce qui atteste d'une forte atténuation dans le cristal à matrice nylon. Ces pertes sont liées à la propagation dans le cristal, en effet les deux matrices présentent des propriétés similaires pour des cristaux prismatiques réalisés avec deux techniques différentes.

Les signaux temporels mesurés sur chaque bloc ont une amplitude maximale pour les valeurs de  $x \leq 20$  mm. Ces signaux correspondent essentiellement à la diffraction par le bord supérieur du prisme. Par ailleurs, le tracé des rayons permet d'estimer le temps de vol ainsi que le décalage spatial du signal correspondant à la réfraction négative. L'intervalle temporel de l'onde réfractée négativement est  $[20 - 60] \mu s$  et pour une position sur la surface de mesure comprise entre  $x_{min} = 20$  mm et  $x_{max} = 40$  mm.

En effectuant une transformée de Fourier 2D sur cet intervalle spatio-temporel (figure

C.2 (a)), l'amplitude de l'onde réfractée dans la résine est déterminée en fonction de la composante tangentielle du vecteur d'onde et de la fréquence. À 780 kHz, la composante tangentielle du vecteur d'onde mesurée à la surface du bloc de résine époxy vaut  $247 \text{ m}^{-1}$ , ce qui correspond à un angle de réfraction de  $-22,8^\circ$ . La loi de Snell-Descartes couplée à la structure de bande prévoit un angle de réfraction de  $23,5^\circ$ , ce qui correspond à une erreur de 3 %. Le même traitement sur les signaux spatiaux temporels de la figure C.2(b), ne donne pas de composante tangentielle de vecteur d'onde correspondant à la réfraction négative.

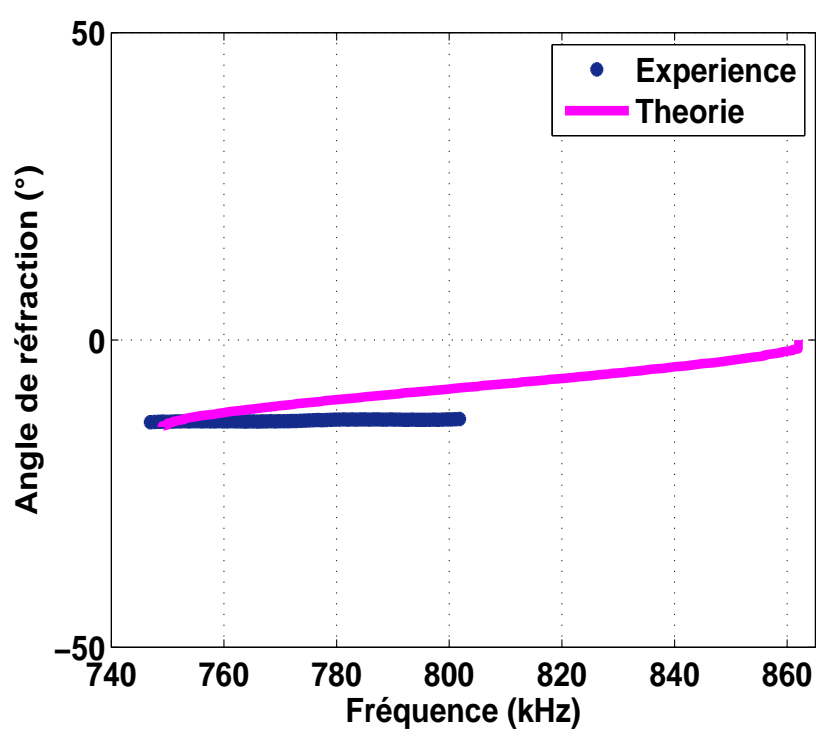
Le couplage entre la matrice et les diffuseurs est essentiel pour l'étude de la réfraction négative. Dans le cristal phononique, les longueurs d'ondes de l'ordre de la tailles des diffuseurs se propagent essentiellement dans la matrice du cristal phononique. Ces ondes empruntent des trajets multiples dus à la diffusion au niveau des inclusions périodes solides. Ainsi des défauts de contacts sont sources de pertes considérables au cours de la propagation. Le meilleur couplage entre la matrice et les diffuseurs solides s'obtient donc avec le second procédé de fabrication de cristal (Paragraphe 2.2.2.2).

## C.2 Réfraction à l'incidence $60^\circ$

La même analyse que celle effectuée au paragraphe 2.3.2.2 est appliquée aux couples  $k_y - f$  correspondant aux maxima d'amplitude de l'onde transverse dans la résine époxy (figure 2.15(a)). L'angle de réfraction expérimental et l'angle de réfraction théorique en fonction de la fréquence (figure C.3) montrent une faible pente pour l'onde transverse dans la résine.

À 780 kHz, l'angle de réfraction théorique est de  $-9,7^\circ$  et l'angle expérimental est de  $-12,95^\circ$ , ce qui correspond à une erreur relative de 33 % entre la théorie et l'expérience. Comme pour l'onde longitudinale dans la résine, la figure C.3 montre que l'angle de réfraction diminue quand la fréquence augmente. Cette propriété est directement liée à la diminution du rayon des surfaces équi-fréquences avec l'augmentation de la fréquence dans la bande de réfraction négative (figure 2.6).

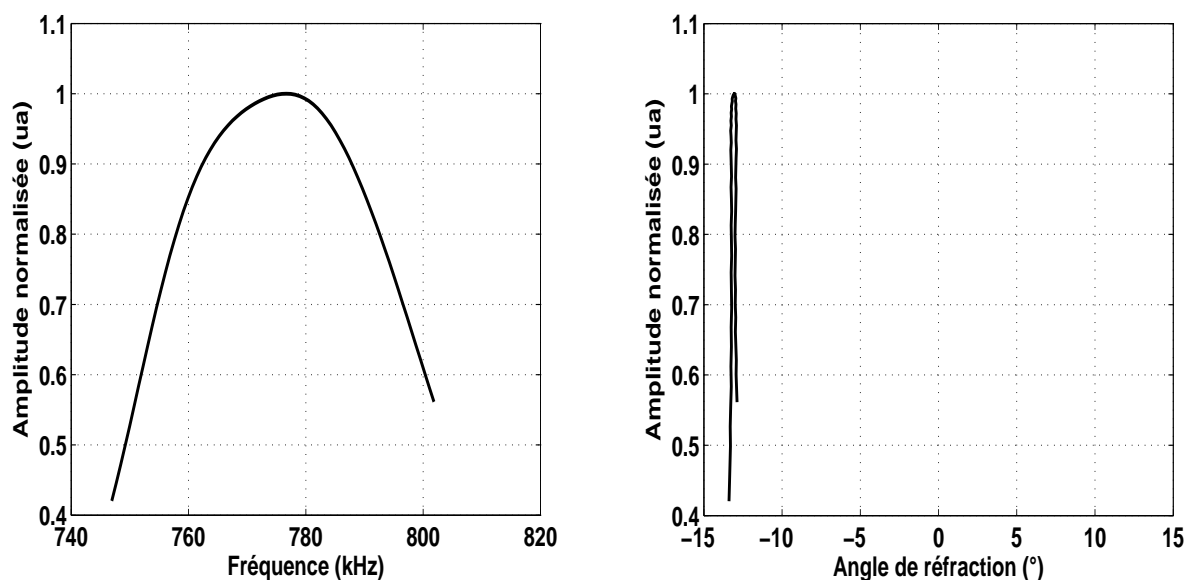
La figure C.4(a) présente alors l'évolution de l'amplitude normalisée de l'onde réfractée



**Figure C.3** – Angle de réfraction de l'onde transverse en fonction de la fréquence ( $m \equiv T$ ) : théorie et expérience.

dans la branche de réfraction négative en fonction de la fréquence. La valeur maximale est obtenue à la fréquence de 776 kHz.

Sur la figure C.4(b), l'évolution de l'amplitude normalisée l'onde réfractée est tracée



(a) Amplitude en fonction de la fréquence.

(b) Amplitude en fonction de l'angle de réfraction.

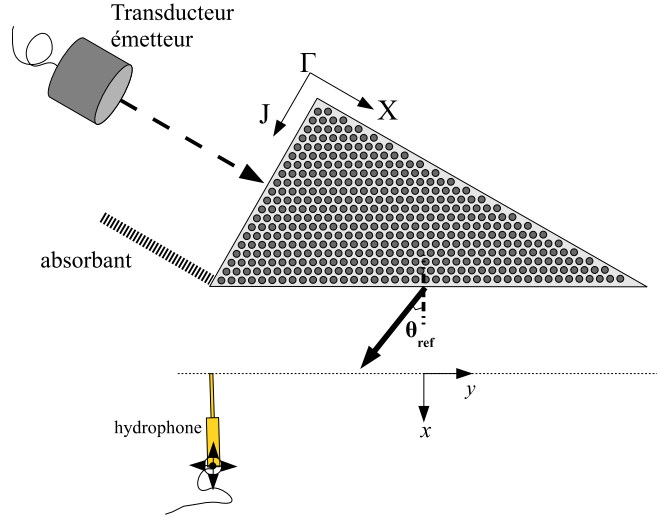
**Figure C.4** – Amplitude de l'onde transverse dans la résine époxy (a) en fonction de la fréquence et (b) de l'angle de réfraction.

en fonction de l'angle de réfraction. Les angles sont déterminés à partir de la composante tangentielle du vecteur d'onde réfracté. L'amplitude varie sur une plage angulaire négative comprise entre  $-13,4^\circ$  à  $-12,8^\circ$ .

### C.3 Incidence à l'interface entre le cristal phononique et l'eau

Cette section s'intéresse à l'incidence  $60^\circ$  pour le cristal phononique prismatique. Le transducteur émetteur est positionné comme indiqué sur la figure C.5. L'onde émise par le transducteur atteint alors la première interface du prisme sous incidence normale. Au sein du cristal se propage une onde longitudinale dans la direction  $\Gamma X$ . Celle-ci est incidente

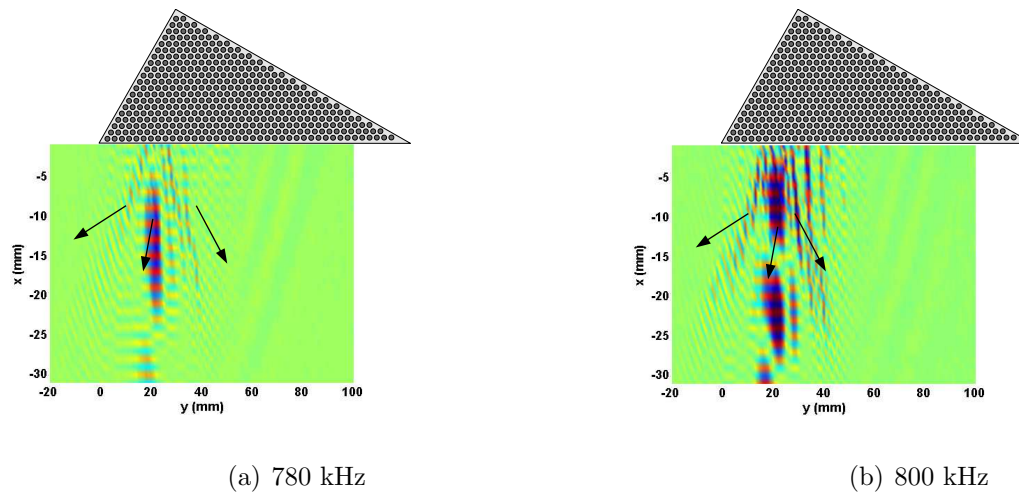
sur la seconde interface avec un angle de  $60^\circ$  par rapport à sa normale.



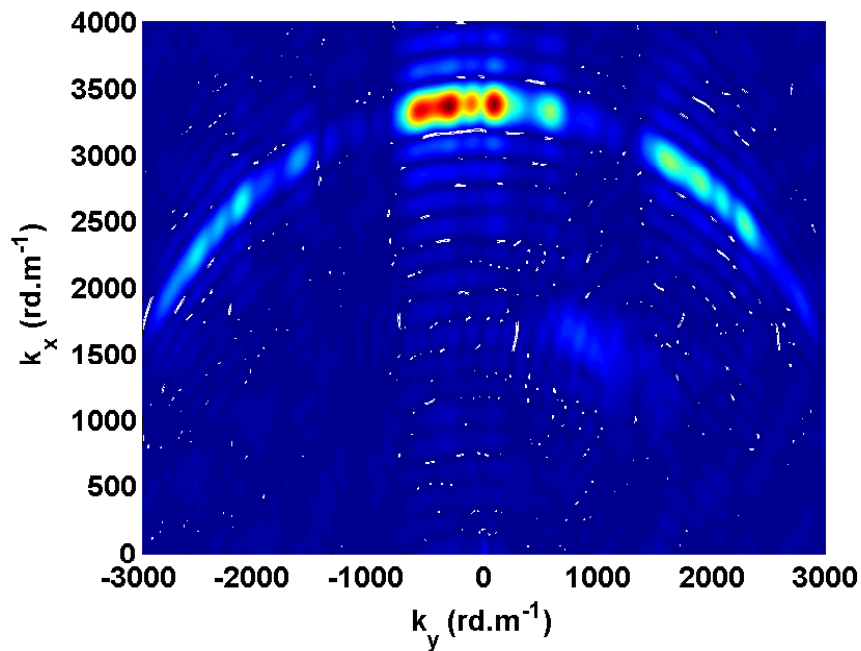
**Figure C.5** – *Dispositif de mesure du champ de pression émergent du cristal le long d'une ligne parallèle à l'axe  $y$ .*

Dans un premier temps, le champ de pression en sortie du cristal est mesuré dans une grille rectangulaire de 120 mm selon  $y$  et 30 mm selon  $x$ . La loi de Snell-Descartes prévoit 3 angles de réfraction possibles en sortie du prisme, ces angles sont associés aux vecteurs d'ondes de Bloch couplés au milieu fluide extérieur. Les directions de propagation en sortie du prisme sont associées aux angles de réfraction à l'interface (figures C.6(a) et C.6(b)). La cartographie est effectuée en régime établi (après un temps de propagation  $t = 40 \mu\text{s}$ ) dans la grille de mesure.

La double transformée de Fourier sur les signaux  $s(x, y, t)$  montre, à 800 kHz, trois maxima d'amplitude correspondant aux trois directions de propagation identifiées sur la représentation spatio-temporelle. L'amplitude maximale est associée au mode de Bloch  $n = 0$  (figure C.7). Les maxima secondaires correspondent respectivement aux modes de Bloch  $n = +1$  et  $n = -1$ . Tous les maxima d'amplitude sont sur le cercle ayant comme rayon le nombre d'onde, et correspondent à des ondes se propageant selon différentes di-



**Figure C.6** – Directions de propagation privilégiées en sortie du cristal pour une onde longitudinale à  $60^\circ$  d'incidence suivant  $\Gamma X$ .



**Figure C.7** – Ondes réfractées à l'interface entre le cristal phononique et l'eau à  $60^\circ$  d'incidence par rapport la normale.

rections dans l'eau.

Le tableau C.1 présente les composantes normales et transverses des vecteurs d'ondes de Bloch réfractés dans l'eau. Pour les trois modes de Bloch couplés à l'eau, les composantes théoriques et expérimentales sont en accord.

Mode de Bloch	-1	0	+1
$k_{x,exp.} (m^{-1})$	2252	3334	2954
$k_{x,th.} (m^{-1})$	1694	3325	3016
$k_{y,exp.} (m^{-1})$	-2520	-550	1621
$k_{y,th.} (m^{-1})$	-2943	-691	1560

**Tableau C.1** – COMPOSANTES NORMALE ET TANGENTIELLE DES VECTEURS D'ONDES RÉFRACTÉS DANS L'EAU À 60° D'INCIDENCE PAR RAPPORT À LA NORMALE À L'INTERFACE.

Pour compléter la précédente étude, le champ de pression réfracté à travers le cristal phononique est mesuré parallèlement à l'interface de sortie pour 3 positions d'une ligne de mesure de 120 mm de long. Les mesures sont effectuées aux abscisses  $x_1 = 5$  mm,  $x_2 = 10$  mm, et  $x_3 = 30$  mm.

Les directions de propagation données par la cartographie correspondent aux composantes tangentielles des ondes réfractées dans l'eau (figure C.6). Ces composantes se retrouvent en appliquant la loi de Snell-Descartes à l'interface entre le cristal phononique et l'eau et tenant compte des modes de Bloch  $n = -1$  et  $n = +1$  réseau suivant  $\Gamma X$  (figure C.7). Les valeurs expérimentales sont en accord avec les données théoriques issues de la structure de bandes. À l'incidence 60°, le nombre de rangées de diffuseurs traversées par l'onde ultrasonore est important et permet d'obtenir un régime proche de celui d'un cristal infini. En effet, plus l'onde traverse un nombre important de rangées de diffuseurs, plus les propriétés du cristal s'approchent de celles d'un milieu infini. Les angles théoriques issus de la loi de Snell-Descartes et les angles expérimentaux sont donnés au tableau C.2.

Le nombre d'ondes de Bloch couplées au milieu fluide extérieur diminue avec l'angle d'incidence (seulement 3 modes couplés pour un angle d'incidence de 60°), les rayons des EFS des autres modes de Bloch sont supérieurs à celui de l'EFS de l'eau (se référer à la figure 1.18).



Mode de Bloch	-1	0	+1
Angle théorique (°)	-57, 2	-10, 6	28, 1
Angle expérimental (°)	-46, 1	-4, 1	25, 9

**Tableau C.2** – ANGLES RÉFRACTIONS THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTAUX À 60° D'INCIDENCE.

Cependant les ondes associées aux différents angles de réfraction dans le milieu fluide extérieur ont des niveaux d'amplitude différents. La différence d'énergie entre les différents modes de Bloch réfractés se justifie par le fait qu'à chaque vecteur d'onde de Bloch sont associées une impédance et masse volumique fonctions de  $\mathbf{G}$ , vecteur de réseau considéré. Ainsi, pour une propagation du cristal vers le milieu fluide extérieur, le transfert d'énergie se ferait préférentiellement du mode ayant un meilleur accord d'impédance.

# Bibliographie

- [1] *Dynamic effective medium theory for periodic structures with application to acoustic cloaking metamaterials.*  
Andrew Norris (Rutgers University, Mechanical and Aerospace Engineering, 98 Brett Rd., Piscataway, NJ 08854, norris@rutgers.edu), 2011.
  - [2] V. G. Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ . *Soviet Physics USP EKHI*, 10-4 :509–514, 1968.
  - [3] A. Sukhovich, B. Merheb, K. Muralidharan, J. O. Vasseur, Y. Pennec, P. A. Deymier, and J. H. Page. Experimental and theoretical evidence for subwavelength imaging in phononic crystals. *Physical Review Letters*, 102 :154301, 2009.
  - [4] Thomas L. Szabo. *Diagnostic ultrasound imaging : inside out*. Elsevier Academic Press, 2004.
  - [5] R. Kompfner and R. A. Lemons. Nonlinear acoustic microscopy. *Appl. Phys. Lett.*, 28 :295–297, 1976.
  - [6] S. Gazit, A. Szameit, Y. C. Eldar, and M. Segev. Super-resolution and reconstruction of sparse sub-wavelength images. *Optical Express*, 17 (26) :23920, 2009.
  - [7] B. Cros, V. Gigot, and G. Despaux. Study of the efficiency of coupling fluids for acoustic microscopy. *Applied Surface Science*, 119 :242–252, 1997.
  - [8] B. Cros, F. Vallat, M., and G. Despaux. Characterization by acoustic microscopy of adhesion in poly ethylene terephthalate/ films coated by aluminium. *Applied Surface Science*, 126 :159–168, 1998.
-

- [9] D. Laux, D. Baron, G. Despaux, A.I. Kellerbauer, and M. Kinoshita. Determination of high burn-up nuclear fuel elastic properties with acoustic microscopy. *Journal of Nuclear Materials*, 420 :94–100, 2012.
  - [10] G. S. Kino. *ACOUSTIC WAVES : Devices, Imaging, and Analog Signal Processing*. Rentice-Hall, Inc., 2000.
  - [11] B. Pendry, J. Negative refraction makes a perfect lens. *Physical Review Letters*, 85-18 :3966–3969, 2000.
  - [12] C. Luo, S. G. Johnson, J. D. Joannopoulos, and J. B. Pendry. Subwavelength imaging in photonic crystals. *Physical Review B*, 68 :045115, 2003.
  - [13] R. Srivastava, K. B. Thapa, S. Pati, and S. P. Ojha. Negative refraction in 1d photonic crystals. *Solid State Communications*, 147 :157–160, 2008.
  - [14] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Physical Review Letters*, 84 (18) :4184–4187, 2000.
  - [15] R.A. Shelby, D.R. Smith, and S. Shultz. Experimental verification of a negative index of refraction. *Science*, 292 :77, 2001.
  - [16] M. Notomi. Theory of light propagation in strongly modulated photonic crystals : Refraction like behavior in the vicinity of the photonic band gap. *Physical Review B*, 62 :16, 2000.
  - [17] H. Shin and Fan S. All-angle negative refraction and evanescent wave amplification using one-dimensional metallodielectric photonic crystals. *Applied Physics Letters*, 89 :151102, 2006.
  - [18] E. Cubukcu, K. Aydin, E. Ozbay, S. Foteinopoulou, and C.M. Soukoulis. Negative refraction by photonic crystals. *Nature*, 423 :604, 2003.
  - [19] A. Martínez and J. Martí. Negative refraction in two-dimensional photonic crystals : Role of lattice orientation and interface termination. *Physical Review B*, 71 :235115, 2005.
-

- 
- [20] H. Chen, X. Chen, R. Zhou, and W. Lu. Image transfer properties by photonic crystal slab with negative refractive index. *Solid State Communications*, 146 :192–196, 2008.
- [21] F. Lemoult, G. Lerosey, J. De Rosny, and Fink M. Resonant metalenses for breaking the diffraction barrier. *Physical review Letters*, 104 :203901–1 –4, 2010.
- [22] W. X. Jiang, T. J. Cui, X. M. Yang, H. F. Ma, and Q. Cheng. Shrinking an arbitrary object as one desires using metamaterials. *Applied Physics Letters*, 98 :204101, 2011.
- [23] M. S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski, and B. Djafari-Rouhani. Acoustic band structure of periodic elastic composites. *Physical Review Letters*, 71 :2022–2025, 1993.
- [24] C. Qiu, X. Zhang, and Z. Liu. Far-field imaging of acoustic waves by a two dimensional sonic crystal. *Physical Review B*, 71 :054302, 2005.
- [25] L. P. Solie. Surface acoustic wave reflective dot array (rda). *Applied Physics Letters*, 28 (8) :420–421, 1976.
- [26] V Narayanamurti, H. L. Störmer, M. A. Chin Chin, A. C. Gossard, and W Weigman. Selective transmission of high-frequency phonons by a superlattice : The ”dielectric” phonon filter. *Physical Review Letters*, 43 :2012 – 2015, 1979.
- [27] M. Achenbach, J. D. and Kitahara. Harmonic waves in a solid with a periodic distribution of spherical cavities. *J. Acoust. Soc. Am.*, 81(3) :595, 1987.
- [28] E. N. Economou and M. M. Sigalas. Classical wave propagation in periodic structures : Cermet versus network topology. *Physical Review B*, 48 (18) :13434, 1993.
- [29] E. N. Economou and M. M. Sigalas. Stop bands for elastic waves in periodic composite materials. *J. Acoust. Soc. Am.*, 95 (4) :1735–1740, 1994.
- [30] M. S. Kushwaha, P. Halevi, G Martinez, L. Dobrzynski, and B. Djafari-Rouhani. Theory of acoustic band structure of periodic elastic composites. *Physical Review B*, 49 (4) :2313–2321, 1994.
- [31] W. M. Robertson and J. F. Rudy III. Measurement of acoustic stop bands in two-dimensional periodic scattering arrays. *J. Acoust. Soc. Am.*, 104 :694–699, 1998.
-

- 
- [32] R. Sainidou, N. Stefanou, I. E. Psarobas, and A. Modinos. A layer-multiple-scattering method for phononic crystals and heterostructures of such. *Computer Physics Communications*, 166 :197–240, 2005.
- [33] François Van Der Biest. *Diffusion multiple et renversement du temps ultrasonore dans des milieux périodiques et désordonnés*. PhD thesis, Université de Paris 7, 2005.
- [34] S. Yang, J. H. Page, Z. Liu, M. L. Cowan, C. T. Chan, and P. Sheng. Focusing of sound in a 3d phononic crystal. *Physical Review Letters*, 93 (2) :024301, 2004.
- [35] M. Ke, Z. Liu, C. Qiu, W. Wang, J. Shi, W. Wen, and P. Sheng. Negative-refraction imaging with two-dimensional phononic crystals. *Physical Review B*, 72 :064306, 2005.
- [36] M. Ke, Z. Liu, Z. Cheng, J. Li, P. Peng, and J. Shi. Flat superlens by using negative refraction in two-dimensional phononic crystals. *Solid State Communications*, 142 :177–180, 2007.
- [37] A. Sukhovich, L. Jing, and J. H. Page. Negative refraction and focusing of ultrasound in two-dimensional phononic crystals. *Physical Review B*, 77 :014301, 2008.
- [38] J.-F. Robillard, J. Bucay, P. A. Deymier, A. Shelke, K. Muralidharan, B. Merheb, J. O. Vasseur, A. Sukhovich, and J. H. Page. Resolution limit of a phononic crystal superlens. *Physical Review B*, B 83 :224301, 2011.
- [39] X. Hu, Y. Sheng, X. Liu, R. Fu, and J. Zi. Superlensing effect in liquid surface waves. *Physical Review E*, 69 :030201, 2004.
- [40] Z. He, X. Li, J. Mei, and Z. Liu. Improving imaging resolution of a phononic crystal lens by employing acoustic surface waves. *Journal of Applied Physics*, 106 :026105, 2009.
- [41] H. Jia, M. Ke, Z. He, S. Peng, G. Liu, X. Mei, and Z. Liu. Experimental demonstration of surface acoustic waves in two-dimensional phononic crystal with fluid background. *Journal of Applied Physics*, 106 :044512, 2009.
- [42] J. Li, L. Fok, X. Yin, G. Bartal, and X. Zhang. Experimental demonstration of an acoustic magnifying hyperlens. *Nature Materials*, 10 (1038) :2561, 2009.
-

- 
- [43] S-C. S. Lin and T. J. Huang. Acoustic mirage in two-dimensional gradient-index phononic crystals. *Journal of Applied Physics*, 106 :053529, 2009.
- [44] A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, B. Djafari-Rouhani, and V. Laude. Guiding and bending of acoustic waves in highly confined phononic crystal waveguides. *Journal of Applied Physics*, 84 :4400, 2004.
- [45] Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, J. Vasseur, H. Larabi, A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, and V. Laude. Acoustic channel drop tunneling in a phononic crystal. *Applied Physics Letters*, 87 :261912, 2005.
- [46] Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, H. Larabi, A. Akjouj, J. N. Gillet, J. O. Vasseur, and G. Thabet. Phonon transport and waveguiding in a phononic crystal made up of cylindrical dots on a thin homogeneous plate. *Physical Review B*, 80 :144302, 2009.
- [47] C. Kittel. *Introduction to solid state physics*. J. Wiley & Sons, 1971.
- [48] Maxime Bavencoffe. *Propagation d'onde de Lamb dans un guide d'ondes à interface périodique*. PhD thesis, Université du Havre, 2009.
- [49] D. Royer and E. Dieulesaint. *Ondes élastiques dans les solides , Tome 1 : Propagation libre et guidée*. Masson, 1996.
- [50] A-C. Hladky-Hennion, J. Vasseur, B. Dubus, B. Djafari-Rouhani, D. Ekeom, and B. Morvan. Numerical analysis of negative refraction of transverse waves in an elastic material. *Journal of Applied Physics*, 104 :064906, 2008.
- [51] B. Morvan, A. Tinel, A-C. Hladky-Hennion, J. Vasseur, and B. Dubus. Experimental demonstration of the negative refraction of transverse elastic wave in a two-dimensional solid phononic crystal. *Applied Physics Letters*, 96, 2010.
- [52] C.-Y. Chiang and P.-G. Luan. Imaging an off-plane shear wave source with two-dimensional phononic-crystal lens. *J. Phys. : Condens. Matter*, 22 :055405, 2010.
- [53] D. M. Profunser, E. Muramoto, O. Matsuda, O. B. Wright, and U. Lang. Dynamic visualization of surface acoustic waves on a two-dimensional phononic crystal. *Physical Review B*, 80 :014301, 2009.
-

- 
- [54] J. Pierre, O. Boyko, L. Belliard, J. O. Vasseur, and B. Bonello. Negative refraction of zero order flexural lamb waves through a two-dimensional phononic crystal. *Applied Physics Letters*, 97, 121919, 2010.
- [55] M. K. Lee, Ma P. S., Il K. Lee, H. W. Kim, and Y. Y. Kim. Negative refraction experiments with guided shear-horizontal waves in thin phononic crystal plates. *Applied Physics Letters*, 98 :011909, 2011.
- [56] C. Croënne, D. Manga, E., B. Morvan, A. Tinel, B. Dubus, J. Vasseur, and A-C. Hladky-Hennion. Negative refraction of longitudinal waves in a two-dimensional solid-solid phononic crystal. *Physical Review B*, 83 :054301, 2011.
- [57] A.-C. Hladky-Hennion, C. Croenne, J. Vasseur, B. Dubus, B. Morvan, and A. N. Norris. Negative refraction of waves in an elastic phononic crystal matching density and index of water. In *ACOUSTICS*, 2012.
- [58] J. O. Vasseur, P. A. Deymier, B. Djafari-Rouhani, Y. Pennec, and A-C. Hladky-Hennion. Absolute forbidden bands and waveguiding in two-dimensional phononic crystal plates. *Phys. Rev. B*, 77 :085415, 2008.
- [59] M. Wilm, S. Ballandras, V. Laude, and T. Pastureaud. A full 3d plane-wave-expansion model for 1-3 piezoelectric composite structures. *J. Acoust. Soc. Am.*, 112 (3) :943–952, 2002.
- [60] Y. Tanaka and S-I. Tamura. Surface acoustic waves in two-dimensional periodic elastic structures. *Physical Review B*, 58 (12) :7958–7965, 1998.
- [61] M. S. Kushwaha, B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzynski, and J. O. Vasseur. Sonic stop-bands for cubic arrays of rigid inclusions in air. *Eur. Phys. J.*, B 3 (155) :161, 1998.
- [62] J. Bucay, E. Roussel, J. O. Vasseur, P. A. Deymier, A-C. Hladky-Hennion, Y. Pennec, K. Muralidharan, B. Djafari-Rouhani, and B. Dubus. Positive, negative, zero refraction, and beam splitting in a solid/air phononic crystal : Theoretical and experimental study. *Physical Review B*, 79 :214305, 2009.
- [63] S. Benchabane, A. Khelif, J.-Y. Rauch, L. Robert, and V. Laude. Evidence for complete surface wave band gap in a piezoelectric phononic crystal. *Physical Review E*, 73 :065601, 2006.
-

- 
- [64] S. Benchabane, O. Gaiffe, G. Ulliac, R. Salut, Y. Achaoui, and V. Laude. Observation of surface-guided waves in holey hypersonic phononic crystal. *Applied Physics Letters*, 98, 171908, 2011.
- [65] *Vibrometer Controller OFV-5000*.
- [66] Partikel-Analytik. Ritec advanced measurement system model snap-0.25-7. Technical report, RITEC, 2006.
- [67] W. Q. Zhang and F. Yang. Negative refraction at various crystal interfaces. *Optics Communications*, 281 :3081–3086, 2008.
- [68] Alexey Sukhovich. *Wave Phenomena in Phononic Crystals*. PhD thesis, University of Manitoba, 2007.
- [69] A.-C. Hladky-Hennion, C. Cröenne, B. Dubus, J. Vasseur, Haumesser L., D. Manga, and B. Morvan. Negative refraction of elastic waves in 2d phononic crystals : Contribution of resonant transmissions to the construction of the image of a point source. *AIP ADVANCES*, 1 :041405, 2011.
- [70] S-C. Wooh and Shi Y. Optimum beam steering of linear phased arrays. *Wave Motion*, 29 :245–265, 1999.
- [71] B. Morvan, A. Tinel, A-C. Hladky-Hennion, J. Vasseur, J.P Groby, B. Dubus, and B. Djafari-Rouhani. Negatively refracted transverse waves : study of the ultrasonic field at the exit of an elastic phononic crystal. In *IEEE Ultrasonic Symposium*, 2010.
- [72] B. D. Steinberg. *Principles of Aperture and Array System Design*. Wiley, New York, 1976.
- [73] J. Li, Z. Liu, and C. Qiu. Negative refraction imaging of solid acoustic waves by two-dimensional three-component phononic crystal. *Physics Letters A*, 372 :3861–3867, 2008.
- [74] *ATILA Finite Element Code for Piezoelectric and Magnetostrictive Transducers Modeling, Version 6.0.0, User's Manual, ISEN, Acoustics Laboratory, Lille, France,(2005)*.
-



- [75] E. D. Manga, L. Haumesser, F. Vander Meulen, C. Croëne, A-C. Hladky-Hennion, J. Vasseur, B. Morvan, and E. Le Clézio. Application de la réfraction négative à la focalisation de deux sources acoustiques. In *10ème Congrès Français d'Acoustique, Lyon, France*, 2010.
  - [76] J.-Y. Yeh. Control analysis of the tunable phononic crystal with electrorheological material. *Physica B*, 400 :137–144, 2007.
  - [77] O. Bou Matar, J.-F. Robillard, J. Vasseur, A-C. Hladky-Hennion, A. Talbi, N. Tiercelin, P. A. Deymier, B. Djafari-Rouhani, P. Pernod, and V. Preobrazensky. Cristaux phononiques magnéto-élastiques. In *Congrès Français d'Acoustique*, 2010.
  - [78] A.-C. Hladky-Hennion, C. Croëne, K.R. Olympio, and B. Morvan. Recent advances in the negative refraction of longitudinal waves in an elastic phononic crystal. In *IEEE International Ultrasonic Symposium IUS, Orlande, Floride USA*, 2011.
  - [79] J. Curie and P. Curie. Développement, par pression, de l'électricité polaire dans les cristaux hémiedres à faces inclinées. *C. R. Acad. Sc. Paris*, 92, 1880.
  - [80] P. Curie. *Oeuvres de Pierre Curie*. Gauthier-Villars & Cie, Paris, 1908.
  - [81] G. Williams, E. *Fourier Acoustics*. Academic Press, 1999.
  - [82] E. Kinsler, L., R. Frey, A., B. Coppens, A., and V. Sanders, J. *Fundamentals of acoustics*. J. Wiley & Sons, 2000.
-

## Résumé

Cette thèse porte sur la propagation des ondes ultrasonores à travers des cristaux phononiques à deux dimensions ( $2D$ ) constitués de diffuseurs solides dans des matrices solide et fluide. Ce travail est consacré à la caractérisation de ces milieux et à leur application à l'imagerie acoustique. Les techniques expérimentales utilisées permettent une mesure complète des champs transmis à travers les cristaux. Les études sont menées dans des bandes fréquentielles autorisant les effets de réfraction négative indispensables à l'obtention d'une résolution inférieure à la limite de diffraction (super-résolution). De manière à compléter les analyses, différents outils théoriques sont exploités : Décomposition en Ondes Planes et Éléments Finis, notamment.

La première partie du document concerne la réalisation et la caractérisation de cristaux phononiques possédant des propriétés nécessaires à la réalisation de systèmes d'imagerie acoustique : réfraction négative, contours équi-fréquences circulaires, accord d'indice, accord d'impédance. Cette première étude est menée sur un cristal à matrice solide, elle met en relief la possibilité de générer différents modes de Bloch au cours de la propagation. L'accord d'indice avec l'eau n'étant cependant pas obtenu, la seconde partie porte sur la réfraction négative et la focalisation des ondes à travers un cristal phononique fluide. Les propriétés du cristal déterminées, le dernier chapitre s'attache à évaluer les performances des systèmes d'imagerie développés : dynamique et résolution.

Mots clés : cristaux phononiques, réfraction négative, imagerie acoustique, modes de Bloch.

---

## Abstract

This thesis deals with wave propagation in two dimensional phononic crystals made of solid scatterers embedded in solid or fluid matrices. After characterizing such composite materials, their application to acoustic imaging is brought to the forth. The ultrasonic technics used in the experiments allow the complete measurement of the acoustic transmitted fields and the investigations concern frequency bandwidth able to exhibit negative refraction allowing the super-resolution effects. In order to complete the analysis, different theoretical tools are used : Plane Wave Expansion (PWE) and Finite Elements Method (FEM).

The first part of this work deals with the realization and characterization of phononic crystals to be introduced into acoustic imaging devices (lenses) based on negative refraction. Special attention is given to characteristics such as circular equifrequency contours, or index and impedance matching. However, during the acoustic wave propagation in a solid phononic crystal immersed in water, the presence of different Bloch modes contributing to the transmission of ultrasound is revealed and the index matching was not possible to obtain. Therefore the second part of the manuscript deals with negative refraction and waves focusing through a phononic crystal filled with a fluid. After determining the crystal properties, last chapter is devoted to the evaluation of the performances of acoustic imaging systems based on this phononic material.

**Keywords :** phononic crystals, negative refraction, acoustic imaging, Bloch modes

---